



**Istituto nazionale per la valutazione del sistema
educativo di istruzione e di formazione**

WORKING PAPER N. 58/2022

Analisi degli errori di matematica nelle prove TIMSS 2015

**Francesco Annunziata – CTER INVALSI
Elisa Caponera – Ricercatore INVALSI
Laura Palmerio – Ricercatore INVALSI**

Collana: Working Papers INVALSI

ISSN: 2611 - 5719

*The views and opinions expressed in this article are those of the authors and do not necessarily reflect the view
and the official policy or position of INVALSI.*

*Le opinioni espresse nei lavori sono attribuibili esclusivamente agli autori e non impegnano
in alcun modo la responsabilità dell'Istituto. Nel citare i temi, non è, pertanto, corretto
attribuire le argomentazioni ivi espresse all'INVALSI o ai suoi Vertici*

Abstract (Italiano)

Nel presente lavoro è stata condotta un'analisi di tipo qualitativo dei risultati degli studenti italiani dell'ottavo grado alla prova cognitiva di matematica dell'indagine internazionale TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2015. Tale lavoro di approfondimento delle risposte degli studenti ha evidenziato tipologie di errore ricorrenti che consentono di avere informazioni utili per il miglioramento della didattica della matematica. Le risposte sbagliate sono state suddivise in differenti categorie concettuali, all'interno delle quali è stata effettuata una classificazione aggiuntiva in base alla tipologia di errore. Sono inoltre presentati i risultati in relazione alla macroarea geografica nella quale ricadono le scuole campionate e in relazione al genere dello studente. Lo studio offre possibili spunti per la didattica della materia.

Abstract (Inglese)

In the present study, we conducted a qualitative analysis of the results of Italian 8th grade students on the mathematics cognitive test of the TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2015 international survey. We analyzed the open-ended questions since through them is presumably possible to comprehend the resolution strategies underlying the students' answers and to define more accurately the possible reasons for the error. In the analysis, the incorrect answers have been divided into additional conceptual categories, inside which we operated another classification based on the type of error. The results are presented taking into account the Italian geographical macro-areas of the sampled schools and the gender of the student.

Parole chiave: didattica della matematica; analisi qualitativa; scuola secondaria di I grado

1. Introduzione

Un elemento fondamentale nell'ambito della didattica della matematica è rappresentato dall'analisi dell'errore commesso dallo studente; infatti, tale analisi consente di riflettere sulle possibili strategie da mettere in atto per migliorare l'insegnamento della matematica. Popper (1972) sottolinea che affrontare tematiche complesse porta anche a produrre errori necessari per lo sviluppo della conoscenza; secondo l'autore se da un lato gli errori non sono sempre evitabili, è proprio dalle teorie più audaci, comprese quelle erronee, che possiamo imparare di più. Allo stesso modo, un insegnante può trarre ispirazione dalla comprensione del tipo di errore dello studente per offrire un insegnamento mirato.

Russell e Masters (2009), in un articolo presentato al meeting annuale dell'AERA (American Education Research Association), evidenziano che quando si analizzano gli errori, gli insegnanti potrebbero trascurare la comprensione concettuale degli studenti a favore di una correzione procedurale. Ketterlin-Geller e Yovanoff (2009) hanno anche notato che gli insegnanti potrebbero avere difficoltà a distinguere tra un errore "lapsus" e un errore "bug". I primi, i lapsus, sono errori casuali nella conoscenza dichiarativa o procedurale degli studenti e non sono il risultato di incomprensioni intrinseche rispetto all'argomento specifico. I bug rappresentano invece misconcezioni degli studenti su conoscenze o abilità specifiche dell'argomento matematico che costantemente interferiscono con la dimostrazione delle loro abilità.

Per definizione, l'analisi degli errori commessi dagli studenti ha come obiettivo principale quello di far emergere il tipo di ragionamento effettuato che ha portato a quell'errore. L'analisi promossa da Ketterlin-Geller e Yovanoff (2009) riguardava gli errori (o "bug") che gli studenti commettono in base alla loro mancata comprensione dello stimolo o delle procedure da attuare. In particolare, gli autori propongono l'approccio della "misurazione diagnostica cognitiva" basata sui processi decisionali messi in atto dagli studenti. Si basa su modelli cognitivi di apprendimento per determinare gli errori cognitivi persistenti degli studenti e per comprendere le pre-competenze e le conoscenze necessarie per risolvere correttamente un problema.

Il presente studio si inserisce nel filone di ricerche volte a studiare le risposte degli studenti italiani a indagini su larga scala (e.g. Bassani, Fioravanti, Pelillo & Pozio, 2012; Bolondi, Ferretti & Spagnolo, 2021; Ferretti, Lemmo, Maffia, 2016; Pozio, 2011; Pozio, 2013) e indaga i tipi di errori fatti dagli studenti in matematica, analizzando i dati dell'indagine internazionale TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2015.



TIMSS 2015 è il quinto ciclo di una ricerca internazionale promossa dalla IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement)¹ che coinvolge circa 60 paesi in tutto il mondo. Ha come obiettivo la rilevazione degli apprendimenti della matematica e delle scienze in studenti di quarto e ottavo anno di scolarità (corrispondenti per noi rispettivamente alla classe quarta della scuola primaria e alla classe terza della scuola secondaria di primo grado) e monitora l'implementazione dei curricoli scolastici nei Paesi partecipanti all'indagine.

Il campione è a due stadi stratificato: le unità di primo stadio sono le scuole, stratificate ed estratte con probabilità proporzionale alla loro dimensione; le unità di secondo stadio sono tutti gli studenti di una o più classi, queste ultime estratte con probabilità uguale all'interno della scuola. Il campione italiano di TIMSS 2015 è rappresentativo sia a livello nazionale sia di macroarea geografica (Nord Ovest, Nord Est, Centro, Sud, Sud Isole) ed è composto da 161 scuole per un totale di 4.481 studenti, di cui 2.224 femmine e 2.257 maschi (cfr. INVALSI, 2015). Essendo un'indagine internazionale, per consentire confronti tra i paesi partecipanti, la rilevazione TIMSS 2015 è stata condotta verso la fine dell'anno scolastico, che ha coinciso con i mesi di marzo e aprile 2015 per i paesi dell'emisfero Nord; per i paesi dell'emisfero Sud, invece, le somministrazioni si sono svolte nel periodo tra ottobre e novembre 2014. Per ogni livello di scolarità, il Quadro di riferimento di matematica (Mullis and Martin, 2013) è articolato in due dimensioni: una dimensione di contenuto in cui si specificano i domini o gli argomenti valutati in matematica (numero, algebra, geometria, dati e probabilità per l'ottavo anno di scolarità) e una dimensione cognitiva in cui vengono presentati i domini cognitivi o i processi di pensiero (conoscenza, applicazione e ragionamento). I domini cognitivi descrivono una gamma di processi cognitivi che ci si aspetta gli studenti mettano in atto.

La tabella seguente illustra la percentuale di quesiti relativa a ciascun dominio.

¹ IEA è una associazione internazionale indipendente di enti nazionali di ricerca e di agenzie governative che dal 1959 conduce studi volti a valutare il rendimento scolastico degli studenti a livello internazionale.

Tabella 1: Numero di quesiti relativi a ciascun dominio per l'ottavo anno di scolarità - matematica

Dominio di Contenuto	Numero di quesiti complessivo	Quesiti a risposta aperta	
	N	N	%
Numero	64	35	55
Algebra	62	27	44
Geometria	43	21	49
Dati e Probabilità	43	14	33
Domini Cognitivi			
Conoscenza	69	19	28
Applicazione	95	47	49
Ragionamento	48	31	65

Per evitare che ciascuno studente risponda a tutti i quesiti e garantire che la durata della prova sia sostenibile per gli studenti in TIMSS viene utilizzato un campionamento a matrice che comporta la suddivisione di tutto l'insieme dei quesiti di matematica e di scienze, in una serie di 14 fascicoli cognitivi. Ogni studente compila soltanto un fascicolo per una durata complessiva della prova di 90 minuti (45 minuti per le prove di matematica e 45 minuti per le prove di scienze). Vengono poi utilizzate tecniche di scaling dell'Item Response Theory che forniscono una rappresentazione complessiva del rendimento dell'intera popolazione studentesca, combinando le risposte dei singoli studenti ai fascicoli loro assegnati.

Obiettivo di questo studio di approfondimento è stato quello di effettuare un'analisi qualitativa dei risultati del Test Cognitivo di Matematica TIMSS 2015 somministrato agli studenti italiani di terza secondaria di I grado. Se da un lato le analisi quantitative già presenti nel rapporto nazionale TIMSS 2015 forniscono un quadro generale dell'apprendimento degli studenti italiani, dall'altro l'analisi qualitativa ha permesso di esplorare e approfondire le risposte date dagli studenti, sottolineando caratteristiche diverse da quelle trattate fino ad oggi.

2. Una breve sintesi dei risultati di matematica degli studenti italiani in TIMSS 2015 al grado 8

I risultati di TIMSS 2015 offrono diversi spunti di riflessione e possono essere letti da diverse prospettive: è possibile confrontare gli apprendimenti degli studenti in funzione dei differenti sistemi scolastici dei diversi paesi e individuare, a livello comparativo, punti di forza e di

debolezza dei rispettivi sistemi educativi per migliorare l'insegnamento e l'apprendimento della Matematica e delle Scienze. Nel 2015, l'Italia ottiene un punteggio medio di 494, lievemente ma significativamente inferiore alla media internazionale (500). Questo risultato è in linea con quello del 2011 e simile ad altri paesi, quali Svezia, Malta e Nuova Zelanda. L'Italia mantiene il notevole miglioramento ottenuto tra il 2007 e il 2011, che era stato il maggiore tra i paesi partecipanti. A livello di macroarea geografica, il Nord Est spicca in positivo con un punteggio medio di 520 (significativamente superiore alla media nazionale di 494), mentre al contrario il Sud Isole registra il punteggio più basso, e significativamente inferiore alla media dell'Italia, con un punteggio medio di 452. Il Nord Ovest, Centro e Sud hanno un punteggio in linea con la media italiana.

Per quanto riguarda le differenze di genere, in Italia i maschi ottengono punteggi statisticamente migliori delle femmine (498 vs 491). I dati disaggregati per macroarea geografica evidenziano differenze statisticamente significative solo nel Sud (490 maschi vs 478 femmine).

La differenza di genere si riflette principalmente nei domini di contenuto. In Italia, i ragazzi superano le ragazze in modo statisticamente significativo nei domini di contenuto numeri (+ 19 punti) e dati e probabilità (+ 10 punti), mentre le ragazze superano i ragazzi di 7 punti in algebra. All'interno delle macroaree, non ci sono differenze tra i due generi per i domini di contenuto geometria e algebra, mentre per il dominio dati e probabilità, i ragazzi ottengono punteggi significativamente superiori delle ragazze al Sud (+15 punti) e per i numeri in tutte le macroaree tranne le Isole del Sud (Nord Ovest +18 punti; Nord Est +16 punti; Centro +26 punti; Sud +25 punti). Rispetto ai domini cognitivi, in Italia, non ci sono differenze significative tra ragazzi e ragazze, tranne che per il dominio applicazioni, dove i ragazzi ottengono punteggi statisticamente superiori rispetto alle ragazze di 6 punti (498 vs 492).

3. Metodo

A partire dai risultati TIMSS 2015, l'analisi qualitativa delle risposte errate è stata effettuata partendo dalla lettura delle risposte a domande aperte date dagli studenti campionati, che sono state codificate da un team di codificatori esperti in matematica e sono state classificate come "risposte errate".

In base alle definizioni del Quadro di riferimento TIMSS 2015 (Mullis and Martin, 2013), per rispondere correttamente alle domande dell'indagine, lo studente non solo deve conoscere i contenuti della matematica oggetto dell'indagine, ma deve anche dimostrare una serie di abilità

cognitive. In questo lavoro, abbiamo deciso di limitare l'analisi alle sole domande relative al dominio cognitivo di ragionamento.

Per meglio comprendere le strategie di risoluzione alla base delle risposte degli studenti e definire con più precisione le possibili ragioni degli errori, abbiamo deciso di analizzare le domande a risposta aperta, che rappresentano il 40% del totale delle domande.

La scelta di quali domande aperte considerare è stata definita sulla base dei criteri di codifica delle risposte, che si basa su un processo di classificazione delle risposte aperte in categorie prestabilite, seguito dall'attribuzione di un codice utilizzato per assegnare il punteggio.

La selezione è stata quindi orientata verso gli item per i quali un numero significativo di codici è stato assegnato a risposte errate durante il processo di codifica e individuare in questo modo un punto di partenza basato sugli errori e i misconcetti più comuni.

Successivamente, durante la fase di analisi, la lettura delle singole risposte degli studenti per ciascun item selezionato ha permesso di esplorare e sviluppare nuove categorie concettuali in base al tipo di errore. In questo processo, l'obiettivo è stato quello di identificare e organizzare tutte le risposte fornite dagli studenti per esplorare, in dettaglio, il tipo di errore commesso dagli studenti per ogni singolo item.

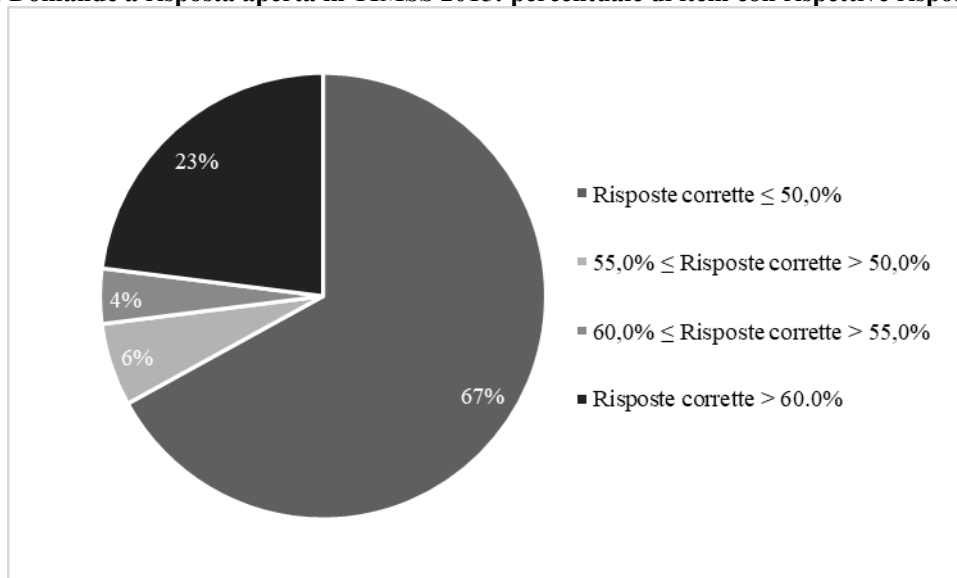
Infine, i risultati ottenuti sono stati confrontati in relazione al sesso dello studente e alle macro-aree geografiche, per valutare eventuali differenze significative all'interno di queste categorie e cercare di fornire possibili spunti per l'insegnamento.

4. Risultati

4.1 Analisi degli errori

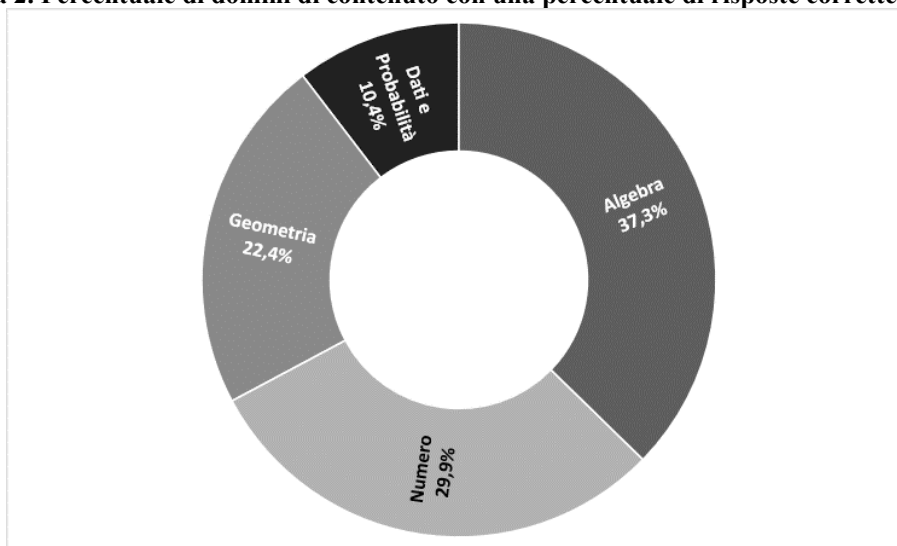
Per rilevare le conoscenze e le abilità degli studenti in matematica nell'indagine TIMSS 2015, gli item utilizzati sono stati costruiti (come descritto sopra) associando quattro domini di contenuto a tre processi cognitivi. Tra i vari item presenti sul TIMSS 2015, 100 item prevedono una risposta aperta. L'analisi preliminare di questo lavoro è stata quella di definire la situazione generale delle risposte degli studenti alle domande che richiedevano una risposta aperta, cercando così di capire la percentuale di risposte corrette date per ogni singolo item dagli studenti che hanno partecipato all'indagine.

Figura 1. Domande a risposta aperta in TIMSS 2015: percentuale di item con rispettive risposte corrette



Il grafico mostra che solo il 23% delle domande a risposta aperta ha avuto un codice di codifica “risposta corretta” superiore al 60%. Più della metà degli item, precisamente il 67%, hanno avuto una percentuale di risposte corrette del 50% o meno.

Figura 2. Percentuale di domini di contenuto con una percentuale di risposte corrette ≤50,0%



Nello specifico, esplorando in dettaglio solo le domande aperte che avevano una percentuale di risposte corrette inferiore o uguale al 50%, il grafico mostra che il 37,3% dei casi era rappresentato

principalmente dal dominio di contenuto algebra, seguito dai domini numeri (29,9%) e geometria (22,4%). Il 10,4% dei casi consisteva in domande aperte con una percentuale di risposte corrette inferiore o uguale al 50%, e queste domande riguardavano il dominio di contenuto dati e probabilità.

Dopo un'attenta lettura di tutti gli item con una percentuale di risposte corrette inferiore al 50%, siamo passati alla scelta delle singole domande aperte preferendo un item significativo per ogni dominio di contenuto.

In totale, in questo lavoro, sono stati individuati e analizzati 4 item, uno per ogni singolo dominio di contenuto, considerando solo il dominio cognitivo del ragionamento, con l'obiettivo di individuare gli errori comuni per ogni singolo item.

Sono stati scelti gli item rilasciati che presentavano queste caratteristiche, per i quali è possibile mostrare e descrivere i risultati in modo esplicito.

Figura 3. Item rilasciato Algebra - Ragionamento

5

-3; 6; -12; 24; ...

Scrivi una regola per cui, conoscendo un termine di questa sequenza, puoi trovare il termine successivo.

Regola:

Tabella 2: Dominio di contenuto Algebra - Ragionamento - Risposte errate

		<i>Risposte errate: 320/422</i>
<i>Algebra Ragionamento</i>	50,90%	Gli studenti hanno applicato la regola matematica corretta ma non hanno raggiunto la soluzione corretta
	40,90%	Gli studenti hanno usato un'altra regola che era completamente sbagliata
	8,20%	Gli studenti hanno dato risposte vaghe o incomplete

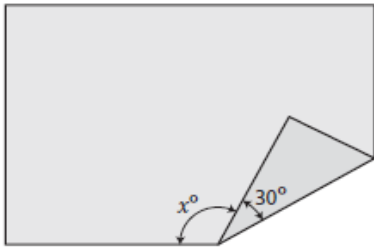
Rispetto all'ambito cognitivo dell'algebra-raionamento, la domanda selezionata presenta una sequenza numerica con numeri positivi e negativi, in cui, una volta stabilita la regola, si deve identificare il valore mancante.

Nella guida alla codifica, vengono definite corrette le risposte che presentano come regola "Moltiplicare ogni termine per -2 per ottenere il termine successivo / moltiplicare per 2 e cambiare

il segno / o equivalente”; come errate, invece, “Moltiplicare il termine precedente per 4 / considerare la sequenza fatta da 2 numeri, ma separando i termini positivi dai negativi”. Rispetto alle 320 risposte codificate come errate, nel 50,9% dei casi, gli studenti hanno applicato la regola matematica corretta ma non hanno raggiunto la soluzione corretta; tra questi studenti, alcuni, pur avendo ottenuto la soluzione, non hanno considerato la presenza del segno positivo/negativo. Nel 40,9% dei casi, gli studenti hanno usato un’altra regola completamente sbagliata, mentre nel restante 8,2%, gli studenti hanno dato risposte vaghe o incomplete nel tentativo di rispondere alla domanda ma senza fornire una risposta concreta.

Figura 4. Item rilasciato Geometria - Ragionamento

25



Un pezzo di carta rettangolare viene piegato in un angolo, come mostrato qui sopra. Qual è il valore di x ?

Risposta: _____

Tabella 3: Dominio di contenuto geometria - Ragionamento - Risposte errate

		<i>Risposte errate: 376/547</i>
<i>Geometria Ragionamento</i>	31,90%	$x = 150^\circ$
	17%	$x = 60^\circ$
	7,20%	$x = 90^\circ$
	28,20%	$x > 90^\circ$ (esclusi valori pari a 150°)
	15,70%	$x < 90^\circ$ (esclusi valori pari a 60°)

Nella domanda di geometria-applicazione individuata, si chiede agli studenti di indicare il valore dell’angolo della x rappresentato graficamente. Per poter rispondere correttamente a questa domanda, lo studente deve indicare come valore $x=120^\circ$, considerando solo il valore dell’angolo indicato con la freccia. Questo item ha presentato il 68,7% di risposte errate (376 su 547 totali). In particolare, le percentuali significative sono: il 31,9% degli studenti ha risposto $x=150^\circ$ includendo quindi anche il valore dell’angolo corrispondente al lato piegato del pezzo di carta rettangolare; il 17% degli studenti ha risposto $x=60^\circ$; il 7,2% ha indicato come valore della x

quello di un angolo retto (90°); il 28,2%² ha indicato valori superiori a 90° , di cui il 4% circa ha fornito come risposta il valore dell'angolo piatto (180°); l'altro 15,7%³ ha indicato come risposta valori inferiori a 90° , di cui il 3% circa ha fornito come risposta il valore dell'angolo corrispondente al foglio piegato (30°).

Figura 5. Item rilasciato Numero - Ragionamento

36

Tommaso e suo fratello Piero hanno ricevuto la stessa quantità di soldi

Tommaso spende $\frac{1}{3}$ dei suoi soldi in libri. Poi spende $\frac{3}{5}$ dei soldi che gli rimangono per comprare un nuovo paio di scarpe.

Piero spende $\frac{3}{5}$ dei suoi soldi per comprare un nuovo paio di scarpe.

Chi ha speso più soldi per le scarpe?

(Segna una sola casella)

Tommaso ha speso più soldi per le scarpe.

Piero ha speso più soldi per le scarpe.

Hanno speso gli stessi soldi per le scarpe.

Spiega la risposta che hai dato.

Tabella 4: Dominio di contenuto Numero - Ragionamento - Risposte errate

		<i>Risposte errate: 485/589</i>
<i>Numero Ragionamento</i>	13,60%	Gli studenti hanno fornito una risposta errata con o senza una spiegazione
	45,40%	Gli studenti hanno dato risposte vaghe o incomplete
	13,20%	Gli studenti hanno segnato la risposta corretta ma non hanno fornito alcuna spiegazione
	27,80%	Gli studenti hanno segnato la risposta corretta ma non sono stati in grado di spiegare

L'Item di numero-raffionamento presenta un problema matematico frazionario in cui il posizionamento di un numero intero iniziale è seguito da una serie di azioni indicate in modo frazionario e agli studenti viene chiesto di identificare la risposta corretta e fornire la motivazione per essa. Sulla guida alla codifica viene indicata come risposta corretta "Piero, e spiegazione

² Sono esclusi dal conteggio i valori $x=150^\circ$

³ Sono esclusi dal conteggio i valori $x=60^\circ$

corretta usando frazioni/decimali/percentuali/disegni/ o quantità arbitrarie”; vengono invece considerate errate le risposte in cui lo studente ha scelto “Hanno speso entrambi la stessa somma per le scarpe” oppure ha fornito una spiegazione errata o inadeguata. Questo item ha presentato il 17,7% di risposte corrette (104 su 589). L’82,3% delle risposte errate presenta: nel 13,6% dei casi, gli studenti hanno fornito una risposta errata con o senza spiegazione e il 45,4% ha fornito una risposta vaga o non ha capito la domanda. Nel 41% dei casi, gli studenti hanno segnato la risposta corretta ma non hanno fornito alcuna spiegazione (13,2%) o non sono stati in grado di spiegare (27,8%).

Figura 6. Item rilasciato Dati e Probabilità - Ragionamento

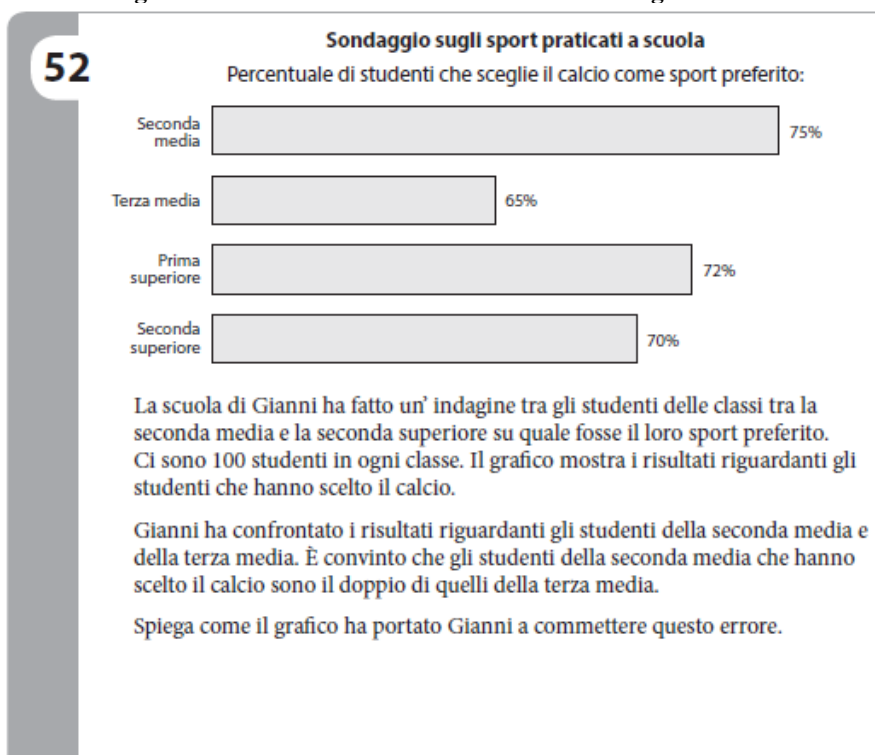


Tabella 5: Dominio di contenuto Dati e Probabilità - Ragionamento - Risposte errate

<i>Dati e Probabilità Ragionamento</i>	<i>Risposte errate: 248/400</i>	
	32,90%	Gli studenti hanno dato risposte vaghe o incomplete
	36,70%	Gli studenti hanno indicato come errore la rappresentazione grafica
	30,40%	Gli studenti hanno ragionato sulla risposta corretta ma non hanno fornito una motivazione

L’Item relativo a dati e probabilità - ragionamento, si basa sulla rappresentazione dei dati, cioè, partendo dalla rappresentazione di un grafico a barre, il cui punto di origine è diverso da 0, si chiede allo studente di fornire la motivazione dell’errore nell’interpretazione dei risultati di John.

Le guide alla codifica hanno presentato come “risposte corrette” le risposte date dagli studenti in cui hanno indicato quanto segue: “La barra del grado 7 è lunga il doppio della barra del grado 8 o risposta equivalente” o “Il grafico non è disegnato in scala”. Nelle risposte errate, le risposte non rientravano nelle tre opzioni indicate come corrette, comprese le risposte barrate, cancellate, vaghe o illeggibili o fuori compito.

L’item ha avuto il 62% di risposte errate, tra le quali è stato possibile creare delle sottocategorie concettuali. Nel 32,9% dei casi, gli studenti hanno fornito risposte vaghe ed errate, come “Gianni fa questo errore perché vede che gli studenti di grado 7 hanno la percentuale più alta”; non hanno fatto riferimento al grafico o al concetto di “due volte”; o hanno scritto, “Si sbaglia perché pensa che 65% sia due volte 75%”. Gli studenti hanno trovato i dati corrispondenti al grado 7 (75%) e al grado 8 (65%) sul grafico e hanno affermato che Gianni ha sbagliato senza spiegare come Gianni ha commesso l’errore. Nel 36,7% delle risposte errate, gli studenti hanno affermato che il grafico era stato disegnato male: questa categoria comprendeva tutte le risposte in cui gli studenti si riferivano alla rappresentazione dei dati senza spiegare cosa poteva essere fuorviante (il grafico non era sbagliato) nel modo in cui i dati erano rappresentati. Tra questi studenti, abbiamo trovato risposte come “perché ha disegnato male il grafico”, “ha disegnato male il grafico in seconda e terza elementare”, e “il grafico era semplicemente disegnato male”.

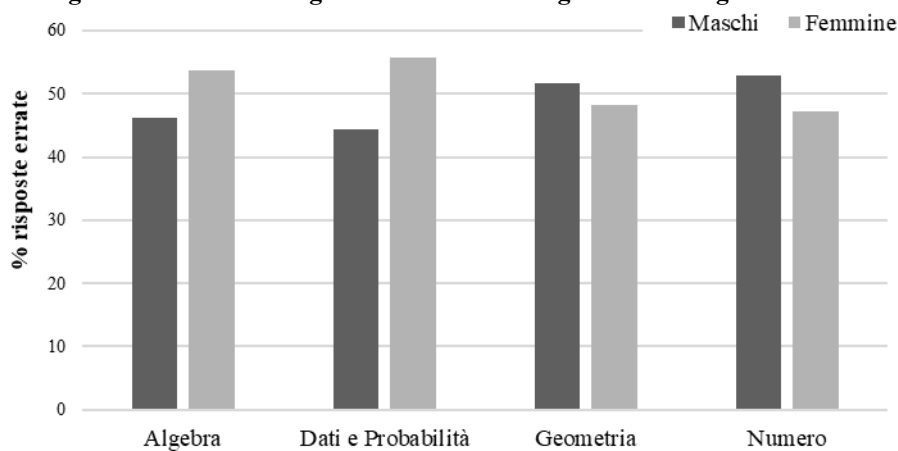
Tra le risposte errate, il 30,4% è stato caratterizzato da risposte in cui gli studenti hanno ragionato sulla domanda, ma nel 4,6% non hanno risposto o non hanno fornito una risposta; nel 17,5% dei casi, hanno fatto notare che il valore percentuale non era doppio ma non hanno risposto allo stimolo; infine, nell’8,3% dei casi, gli studenti hanno indicato la differenza percentuale tra i due valori indicati ma non hanno riportato una motivazione.

4.2 Differenze di genere e per area geografica

Gli item individuati in questo lavoro non permettono di trarre inferenze relativamente a confronti nazionali e internazionali perché sono stati considerati solo un item per ogni singolo dominio di contenuto

Attraverso un’analisi descrittiva degli item in esame possiamo però evidenziare differenze legate al genere.

Figura 7. Differenze di genere nel dominio cognitivo del Ragionamento



In generale, in TIMSS 2015, per quanto riguarda i risultati a livello nazionale, gli studenti italiani nei domini cognitivi presentano come punto di forza il dominio di Ragionamento e come punto di debolezza il dominio di Conoscenza; rispetto alla scala generale il dominio di contenuto Geometria come punto di forza e come punto di debolezza Algebra. I risultati non mostrano differenze tra maschi e femmine nei quattro item considerati, infatti, il 51% delle risposte errate sono state date dalle ragazze rispetto al 49% dei ragazzi. Nello specifico, i ragazzi presentano una percentuale minore di risposte errate rispetto alle ragazze nella domanda di Algebra (46,3%) e di Dati e Probabilità (44,4%). Situazione diversa per item relativi agli altri due ambiti, dove i maschi hanno percentuali maggiori di risposte sbagliate rispetto alle femmine (rispettivamente Geometria 51,7% e Numero 52,8%).

A livello di macroarea geografica, in TIMSS 2015, non risultano differenze tra i due generi per i domini di contenuto Geometria e Algebra, mentre per il dominio Dati e Probabilità i maschi conseguono punteggi significativamente più alti al Sud e per Numero i maschi ottengono punteggi superiori alle femmine in tutte le macroaree ad eccezione del Sud Isole.

In generale, nei risultati TIMSS 2015, il Ragionamento è il punto di forza di tutte le macroaree ad eccezione del Sud Isole che si attesta con punteggi nella media. Gli item considerati hanno una percentuale di difficoltà maggiore nel Sud e nelle Isole del Sud: su 100 studenti a cui è stata assegnata questa domanda, 82 hanno fornito risposte errate contro il 73% del Nord e il 74% del Centro.

5. Conclusioni

I risultati di indagini internazionali, come TIMSS, forniscono una fotografia del livello di rendimento degli studenti, ma offrono anche un'opportunità unica sia per gli insegnanti che per gli studenti di avere informazioni sulla didattica. L'identificazione degli errori commessi dagli studenti può diventare un punto di partenza che consente di mettere in pratica strategie di insegnamento da attuare per superare le difficoltà degli studenti.

In seguito alla lettura e all'analisi delle singole risposte, i risultati di questo studio dimostrano che dietro ogni singolo errore in matematica, ci possono essere una varietà di fattori che interagiscono: errori concettuali, come la mancata considerazione della presenza del segno positivo/negativo o la mancata individuazione della frazione con il valore maggiore; errori caratterizzati da una mancata comprensione dello stimolo; oppure errori che possono essere legati all'aspettativa dello studente su come completare il compito, caratterizzati principalmente dalla ricerca di un possibile modello tipico di un problema matematico, anche quando la risposta non richiede il supporto di alcun tipo di calcolo.

Inoltre, la prova di matematica si basa su domande poste in italiano e richiede quindi la conoscenza della lingua madre. Risposte errate o addirittura vaghe possono anche essere legate a una difficoltà di comprensione e interpretazione della domanda piuttosto che a una mancanza di competenze matematiche.

Proprio a questo proposito sarebbe utile studiare più a fondo le tipologie di errori commessi dagli studenti su base internazionale, cercando di decifrare, tra i vari paesi partecipanti, eventuali analogie negli errori ricorrenti e indagando ulteriormente le differenze di genere nei domini cognitivi dell'applicazione e del ragionamento. Inoltre, poiché in questo lavoro è stata considerata solo la prova di matematica somministrata in terza secondaria di I grado, ulteriori ricerche potrebbero confrontare questi risultati con quelli dell'indagine nazionale INVALSI poiché la matematica è una delle materie valutate nell'indagine nazionale, insieme alla lingua italiana e inglese, e la terza secondaria di I grado è uno dei gradi coinvolti nell'indagine nazionale.

Bibliografia

- Bassani, P., Fioravanti, E., Pelillo, M., & Pozio, S. (2012), Le prove INVALSI di matematica nella prima e nella terza classe della scuola secondaria di primo grado (Prova nazionale), INVALSI, QUADERNI SNV N. 3/2012 –MAT, https://www.invalsi.it/snvpn2013/documenti/Quaderni/Quaderni_SNV_N3_MAT.pdf
- Bolondi, G., Ferretti, F., & Spagnolo, C., Argomentare in Matematica. Analisi di protocolli di studenti su catene di quesiti INVALSI proposti in diversi gradi scolastici, In Falzetti, P (a cura di) (2021), I dati INVALSI: uno strumento per lo sviluppo delle competenze trasversali. Milano: FrancoAngeli.
- Ferretti F., Lemmo A., Maffia A. (2016), Confrontare decimali e frazioni: analisi delle concezioni degli studenti a partire da una domanda INVALSI, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 39, 5: 451-464.
- INVALSI, Rapporto Nazionale Indagini IEA TIMSS 2015, *La rilevazione IEA: i risultati degli studenti italiani nell'indagine internazionale TIMSS 2015*, https://www.invalsi.it/invalsi/ri/timss2015/index.php?page=timss2015_it_05
- Ketterlin-Geller, L.R., Yovanoff, P. (2009), *Diagnostic assessments in mathematics to support instructional decision making*. <https://scholarworks.umass.edu/pare/vol14/iss1/16/> (March 2, 2020).
- Mullis, I.V.S. & Martin, M.O. (Eds.) (2013). *TIMSS 2015 Assessment Frameworks*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html>
- Popper, K. R. (1972). *Objective knowledge* (Vol. 360). Oxford: Oxford University Press.
- Pozio, S. (2011), *La risoluzione di prove di competenza matematica. Analisi dei risultati italiani nell'indagine OCSE (Pisa, 2003)*, Roma: Nuova Cultura.
- Pozio, S. Math proficiency test: Analysis of Italian scores in the OCSE-PISA 2003 survey, In Di Paola, B. (a cura di) (2013), *Mathematics education in a globalized environment - l'enseignement des mathématiques dans un environnement globalisé*, Proceedings CIEAEM 63, Quaderni di Ricerca in didattica, 23 (1), ISSN 1592-4424.



Russell M., Masters J., (2009), *Formative diagnostic assessment in algebra and geometry*. Paper presented at the annual meeting of the American Education Research Association. San Diego, California.