

PRIME EVIDENZE DEL  
RAPPORTO TRA VOTO  
DELLA PROVA  
NAZIONALE E  
APPRENDIMENTI IN  
ITALIANO E  
MATEMATICA

Prova nazionale  
A.S. 2011-12

## Prime evidenze del rapporto tra voto nella PN e apprendimenti in italiano<sup>1</sup>

Nella prova di Italiano anno 2011/2012 dell'Esame di Stato di chiusura del primo ciclo le 49 domande sono state suddivise in 3 blocchi:

- blocco A, blocco che include le domande i cui compiti misurano abilità di base e quindi sono più semplici;
- blocco B, blocco che include domande i cui compiti misurano abilità intermedie;
- blocco C, blocco che include le domande che permettono di verificare le abilità più complesse.

### **Voto 4**

In generale chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **4** complessivamente ha risposto correttamente al 53% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), al 36% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e al 23% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Sono quindi capaci di risolvere i compiti più semplici che riguardano singoli elementi di coesione testuale, sono in grado di individuare informazioni date esplicitamente nel testo e sviluppare semplici interpretazioni guidate dagli elementi presenti nella domanda. Hanno maggiori difficoltà nelle domande che richiedono competenza lessicale o operazioni di inferenza e ricostruzione globale. Tendono a non rispondere alle domande in cui è richiesto di scrivere direttamente la risposta e a domande relative alla grammatica dove mostrano carenze prevalentemente negli ambiti relativi al Lessico e semantica.

### **Voto 5**

Chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **5** complessivamente ha risposto correttamente al 71% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), al 54% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e al 41% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Rispondono quindi a domande che riguardano la coesione testuale anche di piccole parti di testo, individuano le informazioni richieste anche in porzioni di testo vicine tra loro, riescono a rispondere a domande in cui è richiesto di operare una semplice inferenza e sviluppano semplici interpretazioni guidate dagli elementi presenti nella domanda. Hanno maggiori difficoltà nelle domande che richiedono operazioni di inferenza più complesse per la ricostruzione parziale e globale del testo e nello sviluppo di interpretazioni. Tendono a non rispondere alle domande in cui è richiesto di scrivere direttamente la risposta e a domande relative alla grammatica dove mostrano carenze prevalentemente negli ambiti relativi al Lessico e semantica.

### **Voto 6**

Chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **6** complessivamente ha risposto correttamente all'82% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), al 67% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e al 55% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Rispondono a domande che riguardano la coesione testuale anche relative a parti di testo, individuano le informazioni richieste che sono esplicitate (scritte con parole simili o con sinonimi) anche in porzioni diverse di testo, riescono a

---

<sup>1</sup> Si fa riferimento all'elaborazione dei dati di un sottocampione di 888 Istituti

rispondere a domande in cui è richiesto di operare inferenze che permettono la ricostruzione del significato di una parte più o meno estesa del testo e sviluppano semplici interpretazioni del testo. Hanno maggiori difficoltà nelle domande che richiedono operazioni di inferenza più complesse e nella grammatica mostrano carenze prevalentemente negli ambiti relativi al Lessico e semantica.

**Voto 7**

Chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **7** complessivamente ha risposto correttamente all'88% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), al 76% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e al 67% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Rispondono a domande che riguardano la coesione testuale anche relative a parti di testo, individuano le informazioni richieste che sono esplicitate (scritte con parole simili o con sinonimi o riformulate nella domanda in maniera diversa) anche in porzioni diverse di testo, riescono a rispondere a domande in cui è richiesto di operare inferenze, anche complesse, che permettono la ricostruzione del significato di una parte più o meno estesa del testo e sviluppano semplici interpretazioni del testo. Hanno qualche difficoltà nelle domande che richiedono operazioni di inferenza più complesse e nella grammatica mostrano carenze prevalentemente nell'esercizio di analisi del periodo.

**Voto 8**

Chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **8** complessivamente ha risposto correttamente al 91% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), all'83% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e al 75% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Rispondono a domande che riguardano la coesione e la coerenza testuale, individuano le informazioni richieste che sono esplicitate (scritte con parole simili o con sinonimi o riformulate nella domanda in maniera diversa) anche in porzioni diverse di testo, riescono a rispondere a domande in cui è richiesto di operare inferenze, anche complesse, che permettono la ricostruzione del significato di una parte più o meno estesa del testo e sviluppano interpretazioni del testo. Sono in grado di semplici ricostruzioni del significato globale di un testo integrando più informazioni tra loro. Padroneggiano i diversi ambiti grammaticali.

**Voto 9**

Chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **9** complessivamente ha risposto correttamente al 94% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), all'87% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e all'81% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Rispondono a domande che riguardano la coesione e la coerenza testuale anche nelle domande più complesse, individuano le informazioni richieste che sono esplicitate (scritte con parole simili o con sinonimi o riformulate nella domanda in maniera diversa) anche in porzioni diverse di testo e in tutte le tipologie di testo; riescono a rispondere a domande in cui è richiesto di operare inferenze, anche complesse, che permettono la ricostruzione del significato di una parte più o meno estesa del testo e sviluppano interpretazioni del testo. Sono in grado di ricostruire il significato globale di un testo integrando più informazioni tra loro. Padroneggiano i diversi ambiti grammaticali.

## **Voto 10**

Chi è riuscito a raggiungere una votazione pari al **10** complessivamente ha risposto correttamente al 96% delle domande afferenti al Blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), al 91% delle domande afferenti al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e all'88% delle domande afferenti al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti). Rispondono a domande che riguardano la coesione e la coerenza testuale anche nelle domande più complesse, individuano le informazioni richieste che sono esplicitate (scritte con parole simili o con sinonimi o riformulate nella domanda in maniera diversa) anche in porzioni diverse di testo e in tutte le tipologie di testo; riescono a rispondere a domande in cui è richiesto di operare inferenze, anche complesse, che permettono la ricostruzione del significato di una parte più o meno estesa del testo e sviluppano interpretazioni del testo anche nelle domande più complesse. Sono in grado ricostruire il significato globale di un testo integrando più informazioni tra loro e operando inferenze complesse. Padroneggiano i diversi ambiti grammaticali.

## Prime evidenze del rapporto tra voto nella PN e apprendimenti in matematica

In queste note si descrive quali **profili di apprendimento in matematica** sono individuati dal voto ottenuto nella Prova Nazionale dell'Esame di Stato conclusivo del primo ciclo di istruzione. Questi profili di apprendimento danno informazioni anche sul *livello di competenza* raggiunto, competenza che si fonda sugli apprendimenti.

L'obiettivo è vedere questo voto come un indicatore non solo *quantitativo-restitutivo* (quanto, in termini di percentuale di risposte, lo studente riesce a rispondere) ma soprattutto *qualitativo*.

Va ricordato che il voto nella Prova Nazionale risulta dall'insieme delle due prove (Italiano e Matematica), è quindi una valutazione complessiva dello studente.

Anche nella prova di Matematica le domande sono state suddivise in tre blocchi A, B e C secondo gli stessi criteri della prova di Italiano.

### I profili di apprendimento: prime osservazioni

In base a considerazioni condotte su tutti gli item anche in modo comparativo, è possibile delineare dei *profili di apprendimento in matematica* rilevati dalla Prova Nazionale, corrispondenti a voti *complessivi* ottenuti dagli studenti.

#### Voto 4

Gli studenti con voto 4 sono in difficoltà anche di fronte a domande che richiedono la semplice esecuzione di procedure standard. Hanno una alta percentuale di non risposte alle domande non esplicitamente scolastiche. Presentano lacune anche estese sui contenuti di base, con percentuali di risposte corrette molto basse anche a domande elementari. Non riescono a gestire rappresentazioni grafiche e utilizzano per lo più in maniera scorretta il linguaggio simbolico.

#### Voto 5

Gli studenti con voto 5 rispondono correttamente solo a una bassa percentuale di domande riguardanti i contenuti standard dell'insegnamento, anche per lacune nelle conoscenze o nelle abilità. Faticano a utilizzare il linguaggio specifico, in particolare hanno difficoltà nei cambiamenti di registro rappresentativo. Sanno utilizzare non sempre correttamente algoritmi e procedure standard. Non sono in generale in grado di passare da una situazione alla formulazione matematica del problema.

#### Voto 6

Gli studenti con voto 6 rispondono correttamente a domande sui contenuti standard dell'insegnamento della matematica e sono in grado di risolvere problemi direttamente riconducibili a quelli affrontati nel percorso di insegnamento. Sanno eseguire costruzioni e procedure seguendo le istruzioni. Sanno utilizzare semplici rappresentazioni grafiche.

#### Voto 7

Gli studenti con voto 7 rispondono correttamente con percentuali per lo più comprese tra il 50% e il 75% alle domande del blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), dimostrando adeguata conoscenza di buona parte dei contenuti dell'insegnamento. Sanno utilizzare queste conoscenze e i contenuti standard dell'insegnamento anche in situazioni non strettamente scolastiche. Sanno eseguire procedure anche prendendo semplici decisioni.

**Voto 8**

Gli studenti con voto 8 rispondono correttamente con percentuali alte a quasi tutte le domande del blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base). Riescono a elaborare e manipolare gli oggetti matematici conosciuti anche in situazioni non standard. Sanno gestire e costruire rappresentazioni grafiche e utilizzare il linguaggio simbolico. Sanno integrare e collegare le diverse componenti del linguaggio matematico (grafico, simbolico, numerico...). Riescono a affrontare e risolvere anche problemi non standard.

**Voto 9**

Gli studenti con voto 9 affrontano tutte le domande, anche quelle in cui è richiesta una argomentazione o una spiegazione. Hanno buone conoscenze su tutto lo spettro degli insegnamenti e buone abilità di calcolo e stima. Rispondono correttamente con percentuali alte (quasi sempre oltre l'80%) alle domande del blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), e a molte domande del blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti). Riescono a argomentare e spiegare i propri procedimenti. Sanno gestire e costruire rappresentazioni grafiche e utilizzare con sicurezza il linguaggio simbolico. Sanno identificare gli elementi significativi di situazioni anche complesse, e utilizzare conoscenze teoriche per risolvere problemi non standard. Sanno ideare e confrontare soluzioni di problemi complessi.

**Voto 10**

Gli studenti con voto 10 affrontano tutte le domande, anche quelle in cui è richiesta una argomentazione o una spiegazione. Rispondono correttamente con percentuali quasi sempre superiori al 90%. Hanno conoscenze solide su tutto lo spettro degli insegnamenti. Sanno eseguire calcoli e stime, sanno utilizzare queste conoscenze e queste abilità anche in situazioni non standard. In particolare, sanno utilizzare con sicurezza il linguaggio simbolico e le rappresentazioni grafiche. Sanno argomentare e spiegare i propri procedimenti, con consapevolezza degli strumenti anche teorici utilizzati. Sanno utilizzare e collegare le informazioni per modellizzare e risolvere problemi complessi, anche confrontando diverse strategie di soluzione.

## Appendice 1

### Italiano

#### Alcune osservazioni per tipologie testuali

Rispetto alle domande relative al testo letterario “L’inserzionista” che afferiscono al blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) e al blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti), si evidenzia subito che all’aumentare della votazione raggiunta dallo studente aumenta la percentuale di risposte corrette alle domande di quel blocco.

Testo letterario – percentuale media di risposte corrette

Votazione	4	5	6	7	8	9	10
<b>Blocco A</b>	50,7	71,0	82,5	88,4	92,2	94,6	96,5
<b>Blocco B</b>	40,9	55,2	66,0	73,6	80,1	84,7	87,2
<b>Blocco C</b>	6,4	18,9	35,9	54,2	69,0	77,6	88,2

Non solo. Anche il rapporto di gradualità tra blocchi, dal più facile al più complesso, sembra essere rispettato. Infatti le medie percentuali di risposte corrette alle domande appartenenti ai diversi blocchi decresce all’aumentare della difficoltà delle domande.

Nello specifico delle domande relative al blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), quelle che sono risultate particolarmente complesse per gli studenti che hanno ottenuto votazioni al di sotto della sufficienza sono state la domanda A8 a cui ha risposto correttamente solo il 28% di coloro che hanno preso una votazione pari a 4 e il 45,6% di coloro che hanno preso 5 e la domanda A13 a cui hanno risposto il 31,3% di coloro che hanno preso una votazione pari a 4 e il 53% di coloro che hanno preso una votazione pari a 5.

#### Domanda A8.

**A8. Qual è il vero motivo per cui il protagonista non vende la sua collezione di francobolli?**

- A.  Nessuno gli telefona più per comperarla
- B.  Ha messo in vendita altri oggetti
- C.  Ha deciso di non venderla più
- D.  Il suo obiettivo non è più quello di vendere

In questo caso si tratta di una domanda che richiede allo studente di ricostruire il significato di una porzione di testo utilizzando una informazione data esplicitamente nel testo “...più si facevano vivi i compratori interessati, e più lui capiva di non avere nessuna intenzione di vendere. Il piacere consisteva semmai nel sentirsi richiesto...” (righe 21-22-23).

Questa domanda, al contrario, risulta sicuramente più semplice per coloro che hanno ottenuto votazioni a partire dalla sufficienza (60% di risposte corrette tra coloro che hanno preso 6, 71,5% di risposte corrette tra coloro che hanno preso 7, 82,1% di risposte corrette tra coloro che hanno preso 8, 86,8% di risposte corrette tra coloro che hanno preso 9 e 95,1% di risposte corrette tra coloro che hanno preso 10).

La domanda A 13 richiede di individuare il significato delle parole “laconico e ciarliero”, parole che nel testo sono inserite in un capoverso dove vengono descritti gli interlocutori telefonici del protagonista. I distrattori proposti riportano tutti parole con significati opposti come le parole di cui si richiede il significato.

**Domanda A13.**

**A13. “Chi era laconico e chi era ciarliero”, alle righe 48-49, significa che gli interlocutori erano**

- A.  alcuni spazientiti, altri rassegnati
- B.  alcuni di poche parole, altri chiacchieroni
- C.  qualcuno timido, qualcuno intraprendente
- D.  qualcuno pignolo, qualcuno sbrigativo

Per rispondere alla domanda è necessario conoscere il significato di almeno uno dei due termini tenuto che il significato della parola “ciarliero” poteva essere più semplice da rintracciare.

Infatti, già coloro che hanno ottenuto una votazione pari a 5 riescono a rispondere correttamente a questa domanda (53%; il 71% di coloro che hanno ottenuto una votazione pari a 6; l’80% di coloro che hanno ottenuto una votazione pari a 7; l’89% di coloro che hanno ottenuto una votazione pari a 8; il 94% di coloro che hanno ottenuto una votazione pari a 9; il 96% di coloro che hanno ottenuto una votazione pari a 10).

Nel caso delle domande relative al blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti), quella che è risultata più complessa da coloro che hanno ottenuto una votazione inferiore alla sufficienza, è la A17. Si tratta di una domanda a cui hanno risposto correttamente il 21% degli studenti che hanno ottenuto una votazione pari a 4 e il 41% degli studenti che hanno ottenuto una votazione pari a 5. Nello specifico, per rispondere alla domanda è necessario fare una inferenza perché nel testo non è esplicitato il motivo per cui “armadi e cassetti” erano “sottosopra”, ma sia nella stessa frase che nella frase subito dopo si ritrovano gli elementi necessari per ricostruire la situazione.

**Domanda A17.**

**A17. Nella casa del protagonista vengono trovati “armadi e cassetti sottosopra” (riga 64) perché**

- A.  c’è stata una perquisizione della polizia
- B.  l’anziano vive in una situazione di abbandono
- C.  c’è stato un tentativo di furto
- D.  il protagonista è una persona disordinata

Gli studenti che sono riusciti ad ottenere una votazione pari o superiore al 6 hanno risposto correttamente a questa domanda con percentuali a partire dal 60% (chi ha preso 6), per arrivare progressivamente al 93% di risposte corrette (chi ha preso 10).



Anche nel caso delle domande relative al testo espositivo “Un futuro a idrogeno senza CO<sub>2</sub>” si ripete lo stesso andamento: all’aumentare della votazione raggiunta dallo studente aumenta la percentuale di risposte corrette alle domande di quel blocco.

Testo espositivo – percentuale media di risposte corrette

Votazione	4	5	6	7	8	9	10
<b>Blocco A</b>	54,2	68,6	78,7	84,6	90,1	93,5	95,2
<b>Blocco B</b>	18,7	35,7	53,0	66,5	78,7	85,8	92,3
<b>Blocco C</b>	31,7	41,8	53,8	64,5	72,8	77,2	89,2

In generale nel testo espositivo la domanda che ha discriminato meglio la differenza di abilità tra studenti è la B5 (afferente al blocco B - domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti) che richiede allo studente a partire da una definizione data nella domanda di rintracciare il termine corrispondente presente nel testo. Si tratta in questo caso di una domanda di lessico che richiede un compito più complesso rispetto a quello di individuare il significato di una parola data in un determinato contesto d’uso.

**Domanda B5**

**B5. Trova nelle righe da 26 a 32 il termine che corrisponde a questa definizione: *primo esemplare che serve da modello per la realizzazione successiva di prodotti in serie.***

**Risposta:** .....

Solo il 4,5% degli studenti, che hanno ottenuto una votazione pari al 4, hanno risposto correttamente a questa domanda e solo il 15% degli studenti che hanno ottenuto una votazione pari a 5, hanno risposto correttamente a questa domanda. Il 50% di risposte corrette a questa domanda si osservano a partire da coloro che hanno ottenuto una votazione pari al 7.

Nel caso delle domande relative al testo non continuo “Il biglietto del treno” osserviamo ancora lo stesso andamento: all’aumentare della votazione raggiunta dallo studente aumenta la percentuale di risposte corrette alle domande di quel blocco.

Testo non continuo – percentuale media di risposte corrette

Votazione	4	5	6	7	8	9	10
<b>Blocco A</b>	65,7	78,9	84,5	87,5	89,7	90,7	92,6
<b>Blocco B</b>	33,6	49,1	59,9	66,4	72,8	78,5	85,1
<b>Blocco C</b>	36,5	73,1	89,5	94,5	96,6	98,3	99,3

Nel testo non continuo la domanda che ha discriminato meglio la differenza di abilità tra studenti è la C7 (afferente al blocco B - domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti); solo il 5,2% di coloro che hanno preso 4 e il 6,2% di coloro che hanno preso 5 risponde correttamente a questa domanda. Solo il 54% di coloro che hanno ottenuto 10 ha risposto correttamente a questa domanda.

Per rispondere lo studente deve rintracciare l’informazione data nel paragrafo relativo alle “Modalità di convalida del biglietto” e confrontarle con i riferimenti dati nel fronte del biglietto. Nelle Modalità di convalida viene esplicitamente indicato il fatto che “I biglietti per treni regionali e gli abbonamenti regionali, che non prevedono un posto riservato, devono essere convalidati alla obliteratorice prima della partenza”, a questo punto lo studente deve fare una inferenza relativa al fatto che il biglietto del treno in questione non deve essere convalidato perché non è un treno regionale (Padova - Roma termini).

**Domanda C7**

**C7. Un biglietto come quello qui riprodotto deve essere convalidato?**

- A.  Sì, perché tutti i biglietti devono essere convalidati
- B.  No, perché il biglietto viene convalidato a bordo
- C.  Sì, per confermare la prenotazione
- D.  No, perché non è un treno regionale

Nel caso delle domande relative alla grammatica si ripete lo stesso andamento: all'aumentare della votazione raggiunta dallo studente aumenta la percentuale di risposte corrette alle domande di quel blocco:

Grammatica – percentuale media di risposte corrette

<b>Votazione</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Blocco A</b>	48,0	67,6	81,0	88,6	93,4	96,0	97,8
<b>Blocco B</b>	37,0	57,9	73,7	82,1	88,1	91,5	94,9
<b>Blocco C</b>	17,6	29,6	42,6	54,4	62,5	69,1	76,7

Il rapporto di gradualità tra blocchi, dal più facile al più complesso, sembra essere rispettato. Infatti le medie percentuali di risposte corrette alle domande appartenenti ai diversi blocchi decresce all'aumentare della difficoltà delle domande.

## Appendice 23 Matematica

E' opportuno ricordare che il fascicolo di Matematica si compone di 25 domande, alcune delle quali sono costituite da più di un item. Le domande o gli item sono classificati in diversi blocchi, in relazione al loro grado di difficoltà: blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medioalt), blocco C (domande riferite ai livelli di competenza alti).

Il blocco A è costituito da domande o item individuati con i seguenti criteri:

- 1) copertura equilibrata di tutti e quattro gli ambiti oggetto di valutazione definiti dal Quadro di Riferimento (Numeri; Spazio e figure; Relazioni e funzioni; Dati e previsioni);
- 2) relativa "facilità" rispetto alle altre domande dello stesso ambito sulla base delle risposte date dagli alunni in sede di pre-test;
- 3) riferimento a contenuti significativi nell'ambito dell'insegnamento-apprendimento della matematica;
- 4) coerenza sia con le Indicazioni Nazionali sia con le prassi didattiche più diffuse nelle scuole.

### L'indicatore quantitativo.

Dal punto di vista quantitativo, il voto complessivo ottenuto nella Prova Nazionale individua con notevole esattezza la capacità degli studenti di rispondere ai quesiti sui contenuti fondamentali (individuati nel "Blocco A" - domande riferite ai livelli di competenza di base).

**Tabella 1**

<b>voto</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>	<b>Non valida</b>	<b>Mancante</b>
<b>4</b>	47,5%	34,2%	0,6%	17,7%
<b>5</b>	41,1%	48,6%	0,2%	10,1%
<b>6</b>	32,2%	60,6%	0,2%	7,0%
<b>7</b>	24,8%	70,3%	0,1%	4,7%
<b>8</b>	17,5%	79,4%	0,1%	3,0%
<b>9</b>	10,4%	88,4%	0,1%	1,2%
<b>10</b>	4,3%	95,3%	0,0%	0,4%

Risulta infatti evidente come la percentuale di risposte corrette ai quesiti del blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base) cresca linearmente con il crescere del voto: per il voto 4 (il minimo attribuibile) la percentuale è inferiore al 40%; per il voto 5 è intorno al 50%, per il voto 6 è il 60% e cresce così linearmente fino a una percentuale intorno al 90% per il voto 9, e superiore al 95% per il voto 10.

### Le differenze qualitative.

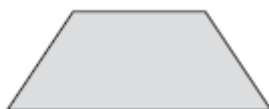
L'analisi delle risposte *per item* porta a individuare alcune differenze significative di risultato tra gli studenti che hanno ottenuto voti diversi. La crescita di performance, qui, non è lineare e i "salti" tra un voto e l'altro permettono di mettere in evidenza le differenze di profilo. Esemplichiamo alcune di queste differenze, sulle quali poi sarà definito il profilo finale collegato ai voti. Riportiamo solo alcune delle considerazioni possibili su questi primi dati.

*Le risposte mancanti*

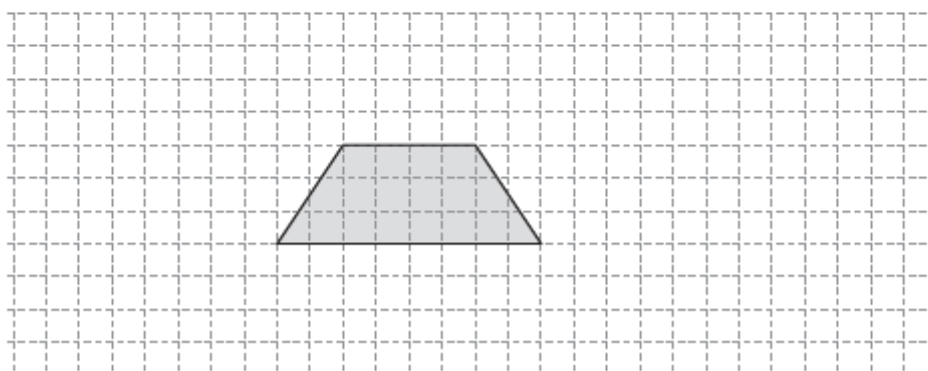
Una prima evidenza risulta dalla percentuale delle risposte mancanti. Al crescere del voto, questa percentuale diminuisce all'incirca con andamento geometrico. Gli studenti con voto 4 hanno una percentuale di non-risposte, su tutti e 3 i blocchi, superiore quasi dell'80% a quelli con voto 5.

*La capacità di invertire un processo*

**E18.** Il trapezio che vedi sotto è stato ritagliato da una figura  $F$  più grande. Il trapezio è  $\frac{3}{4}$  della figura  $F$ .



Disegna una delle possibili figure  $F$  da cui il trapezio è stato ritagliato.



Significavo è il tasso di non-risposte alla domanda E18, in cui si chiedeva un processo inverso a quello abitualmente richiesto negli esercizi scolastici, dove oltre la metà degli studenti con voto 4 non risponde (già tra quelli con voto 5 sono meno di un terzo.)

In generale, per la metà degli item del blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base), meno della metà degli studenti con voto 4 risponde correttamente, e sempre per metà degli item del blocco A (domande riferite ai livelli di competenza di base) oltre il 20% degli stessi studenti non risponde (anche a domande a risposta chiusa).

*La gestione del linguaggio simbolico*

**E2.** Indica se le uguaglianze in tabella sono vere (V) o false (F).

		V	F
a.	$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	$\sqrt{3+2} = \sqrt{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	$\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$\sqrt{3^2 + 2^2} = 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Il crescere dell'abilità nella gestione del linguaggio simbolico (che corrisponde a una delle competenze fondamentali) è messa in evidenza con chiarezza dai risultati della domanda E2, articolata in 4 item. Mentre per l'item b la percentuale di risposte corrette va dall'84,5% (voto 4) al 97,9 (voto 10), per l'item c la crescita va dal 26,1 (voto 4) al 95,1 (voto 10). Gli item a e d hanno crescite intermedie: i grafici di risposta evidenziano una capacità crescente di integrare le diverse componenti del linguaggio matematico,

coordinandole. Già gli studenti con voto 6 ottengono su tutti e 4 gli item una percentuale di risposte superiore al 50%; al voto 8 si ha già una buona padronanza (oltre il 75% su tutti gli item).

*La capacità di costruire una procedura per risolvere un problema*

**E3. All'università un esame di inglese prevede uno scritto e un orale e il voto massimo per ciascuna prova è 30. Il voto dello scritto vale il doppio rispetto al voto dell'orale. Piero prende 24 allo scritto e 30 all'orale.**

**a. Quale sarà il voto finale di Piero nell'esame di inglese?**

- A.  25
- B.  26
- C.  27
- D.  28

La domanda E3a, del blocco B (domande riferite ai livelli di competenza medi e medio-alti), riporta fino al voto 7 una crescita moderata delle risposte corrette; a partire dal voto 8 la crescita è molto più rapida. Il processo che deve venire attivato, per rispondere, corrisponde infatti a una competenza di livello elevato: lo studente non ha a disposizione una formula per la risposta, e deve costruire la procedura che fornisce la soluzione. La percentuale di risposte corrette per gli studenti con voto 4 risulta del 25% (si trattava di un item a risposta chiusa con 4 opzioni), e fino al voto 6 la percentuale si discosta di poco, cresce leggermente col voto 7 e diventa significativa solo dall'8 in poi.

*La comprensione qualitativa di un problema*

**b. Marco prende 30 allo scritto e 24 all'orale. Come sarà il voto finale di Marco rispetto a quello di Piero?**

**Scegli una delle tre risposte e completa la frase.**

- Sarà più alto perché .....
- Sarà più basso perché .....
- Sarà uguale perché .....

L'item E3b, a risposta aperta, in cui la situazione veniva analizzata a livello qualitativo, registra un andamento opposto: la crescita delle risposte corrette è molto rapida dal 4 al 6, mentre si smorza dal 6 in poi. Qui la capacità di rispondere non dipende necessariamente della capacità di mettere in campo strumenti specifici della matematica, perché la risposta andava argomentata verbalmente. Solo un quarto degli studenti con voto 4 ci riesce, circa la metà di quelli con voto 5, quasi due terzi di quelli con voto 6. Gli studenti comprendono la situazione (E3b) ma sono in grado solo da un certo voto in poi di mobilitare le conoscenze e le abilità matematiche per rispondere a una domanda più precisa, che richiede una risposta quantitativa e non solo qualitativa (E3a).

L'utilizzo di rappresentazioni grafiche

- E4. L'Indice di Massa Corporea (IMC) è un indicatore del peso forma di una persona. L'IMC si calcola con la seguente formula:

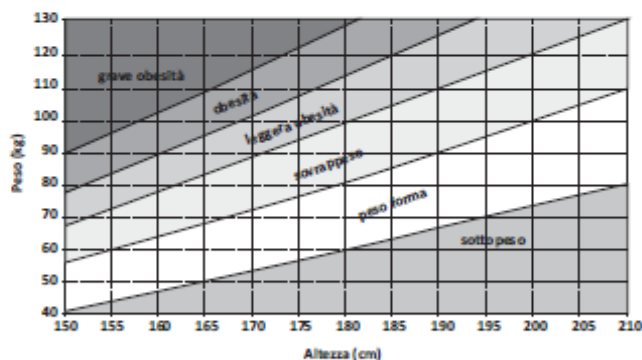
$$IMC = \frac{\text{peso}}{\text{altezza}^2}$$

dove il peso è espresso in chilogrammi e l'altezza in metri.

- a. Carlo, un ragazzo di 16 anni, pesa 70 kg ed è alto 1,8 m. Qual è il suo Indice di Massa Corporea?

- A.  circa 3,8  
 B.  circa 19,4  
 C.  circa 21,6  
 D.  circa 38,9

- b. Segna con una crocetta in quale punto del seguente grafico si colloca Carlo.



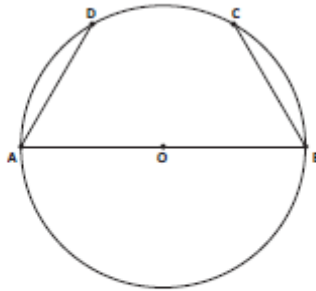
- c. Luigi è alto 1,65 m e in base al grafico è in sovrappeso. Quale potrebbe essere il peso di Luigi?

- A.  Quasi 90 kg  
 B.  Compreso tra 70 e 80 kg  
 C.  Circa 60 kg  
 D.  Poco più di 50 kg

La domanda E4 (item b e c in particolare) permette di descrivere la competenze nell'utilizzare rappresentazioni grafiche di dati. L'item b richiedeva di inserire un dato nel grafico, l'item c di ricavarlo. L'item c ottiene sempre (tranne per una piccola differenza negli studenti con voto 10) un risultato migliore: ma le due abilità sono molto diverse in quelli con voto insufficiente (per quelli con voto 4 un 50%), mentre la differenza è molto bassa (meno del 10%) già al voto 6. Il livello di sufficienza individua la competenza di gestione di una rappresentazione grafica in entrambe le direzioni.

*L'utilizzo di oggetti matematici conosciuti*

**E12.** La circonferenza in figura ha il diametro di 10 cm e le corde AD e BC uguali al raggio.



a. Qual è il perimetro del quadrilatero ABCD?

Risposta: ..... cm

b. Giustifica la tua risposta.

.....

Un'altra domanda che discrimina il livello di sufficienza è la E12, in particolare l'item a, domanda tipicamente scolastica in cui si tratta di riconoscere e lavorare con oggetti matematici conosciuti.

La modellizzazione di situazioni reali

- E8. Per scavare le gallerie di una linea della metropolitana si fa uso di una macchina cilindrica che sposta la terra, come quella che vedi in figura. La galleria che la macchina riesce a scavare ha un diametro di 6,80 m. Oggi la macchina ha scavato un tratto lungo 10 metri.



- a. Il volume di terra che è stato rimosso è
- A.  circa 70 m<sup>3</sup>
- B.  circa 120 m<sup>3</sup>
- C.  circa 360 m<sup>3</sup>
- D.  circa 470 m<sup>3</sup>
- b. Ieri la macchina ha spostato circa 250 m<sup>3</sup> di terra. La densità della terra spostata è circa 1800 kg/m<sup>3</sup>. Quanto pesa la terra che la macchina ha spostato ieri?

Risposta: circa ..... kg

- E9. Osserva la seguente mappa (scala 1 : 10 000).



Scala 1 : 10 000

- a. Quanto è lungo il tratto di via Regio Emilia compreso tra le due stelline?

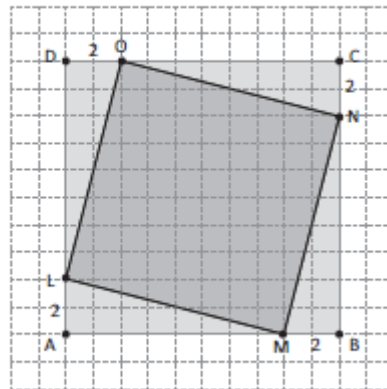
Risposta: circa ..... metri

Una domanda che invece discrimina il voto 7 è la E8, in cui veniva presentata una situazione reale, con tutti i problemi di traduzione delle informazioni. Dal voto 7 in poi le percentuali di risposta ai due item praticamente si sovrappongono, e i risultati sono decisamente migliori di quelli dei voti precedenti. Qui l'oggetto matematico (un cilindro) è inserito in un contesto reale. Analogo fenomeno (un grosso salto di risultati tra il voto 6 e il voto 7) si ha nella domanda E9a: anche questa richiedeva di utilizzare in contesto reale, non scolastico, apprendimenti scolastici standard.



La capacità di manipolare e trasformare oggetti matematici conosciuti

E14. In un quadrato ABCD di lato 10 cm è inscritto un quadrato LMNO. I segmenti DO, CN, BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.

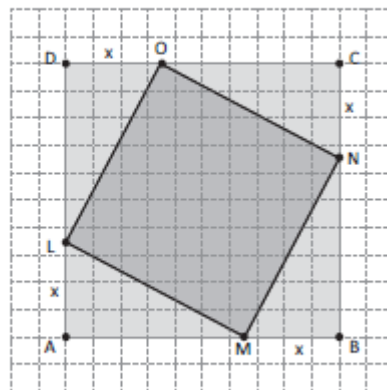


$DO = CN = BM = AL = 2 \text{ cm}$

a. Quanto misura l'area del quadrato LMNO?

Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

Immagina ora che i punti L, M, N e O si muovano lungo i lati del quadrato ABCD in modo tale che  $DO = CN = BM = AL = x$ . Al variare di  $x$  varia anche l'area del quadrato LMNO.



$DO = CN = BM = AL = x$

b. Per quale tra questi valori di  $x$  l'area del quadrato LMNO diventa minima?

- A.  1 cm
- B.  3 cm
- C.  5 cm
- D.  8 cm

Un esempio di domanda che discrimina il voto 8 è la E14: la competenza coinvolta è di tipo ancora più avanzato, perché si tratta di *muovere e trasformare* un oggetto conosciuto. Su questa domanda, la padronanza degli allievi è evidente per i voti 9 e 10. All'item b una percentuale di risposta alta si ha solo per gli studenti con voto 10, pur essendo a risposta chiusa.