

Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

QUADERNI SNV N. 4/2012 –MAT

Le prove INVALSI di matematica nella terza classe della scuola secondaria di primo grado (Prova Nazionale) e nella seconda classe della scuola secondaria di secondo grado

Rossella Garuti, Michele Impedovo, Aurelia Orlandoni e Domingo Paola

Le opinioni espresse nei lavori sono attribuibili esclusivamente agli autori e non impegnano in alcun modo la responsabilità dell'Istituto. Nel citare i temi, non è, pertanto, corretto attribuire le argomentazioni ivi espresse all'INVALSI o ai suoi Vertici

Quaderni SNV - N. 4/2012 MAT



Premessa

Questo lavoro si propone di:

- a) presentare e discutere analogie e differenze nelle prove INVALSI di matematica proposte nelle classi terze della scuola secondaria di primo grado e nelle classi seconde della scuola secondaria di secondo grado (Sezione I);
- b) avviare una prima analisi dei punti di debolezza e di forza degli studenti italiani sia rispetto agli otto processi del QdR INVALSI sia ai quattro macroprocessi "concetti e procedure", "rappresentazioni", "modellizzazione", "argomentazione", alla luce dei risultati delle due prove (Sezione II).

Il passaggio dalla scuola secondaria di primo grado a quella di secondo grado è caratterizzato da elementi di continuità, rispetto all'organizzazione scolastica, e discontinuità, rispetto agli apprendimenti. La continuità è connaturata al fatto che proprio al termine del primo biennio della scuola secondaria di secondo grado si completa il ciclo dell'obbligo scolastico, iniziato con la prima classe della scuola primaria. La discontinuità è intrinseca a ogni apprendimento realmente significativo, che richieda una ristrutturazione della rete concettuale per adeguarla a nuove conoscenze e competenze, consentendo un punto di vista più maturo, articolato, consapevole e approfondito sulle conoscenze e competenze già possedute.

Continuità e discontinuità caratterizzano ogni apprendimento complesso e significativo e, quindi, in particolare, il passaggio da un ciclo scolare a un altro; il problema è quello riuscire a progettare e realizzare ambienti di insegnamento – apprendimento che consentano di rendere gestibili dagli insegnanti e sostenibili dagli studenti i necessari elementi di discontinuità.

Auspichiamo che questo lavoro offra ai docenti utili spunti per scelte didattiche adeguate a favorire il conseguimento, da parte degli studenti, delle conoscenze e competenze essenziali previste al termine dell'obbligo scolastico.

I docenti interessati esclusivamente a un'analisi dei risultati degli studenti possono limitarsi alla lettura della sezione II.

Per approfondire e precisare le osservazioni e le analisi qui proposte, il lettore potrà avvalersi dei seguenti documenti:

- a) il documento sugli assi culturali, in cui, insieme alle competenze di cittadinanza, si indicano competenze, abilità e conoscenze richieste per il completamento dell'obbligo scolastico
 - (http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/obbligo_istruzione///DM22agosto2007_139_doc_tecnico.pdf);
- b) le Indicazioni Nazionali per i licei (http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/licei2010///indicazioni_nuovo_impaginato/_decreto_indicazioni_nazionali.pdf);
- c) le linee guida per gli istituti tecnici (http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/nuovi_tecnici//INDIC/_LINEE_GUIDA_TECNICI_.pdf) e quelle per gli istituti professionali (<a href="http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/nuovi_professionali//linee_guida/_LINEE%20GUIDA%20ISTITUTI%20%20PROFESSIONALI_.pdf); pdf);



- d) i quadri teorici di matematica di riferimento dell'INVALSI per il primo e per il secondo ciclo, la cui revisione è stata pubblicata all'inizio dell'anno scolastico 2012-2013 (http://www.invalsi.it/snv2012/index.php?action=home);
- e) il rapporto INVALSI sulle rilevazioni nazionali sugli apprendimenti 2011-2012 (http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Rapporto_rilevazione_apprendimenti_2012.pdf);
- f) il rapporto tecnico sulle prove sempre a cura dell'INVALSI (http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Rapporto_tecnico_SNV2012.pdf);
- g) i fascicoli con i testi delle prove e le griglie di correzione della prova della terza classe della scuola secondaria di primo grado (http://www.invalsi.it/esamidistato2012/index.php?action=strumenti) e della prova della seconda classe della scuola secondaria di secondo grado (http://www.invalsi.it/snv2012/index.php?action=strumenti)
- h) la guida alla lettura della prova nazionale di matematica per la scuola secondaria di primo grado (http://www.invalsi.it/esamidistato2012/index.php?action=strumenti) e la guida alla lettura della prova di matematica assegnata agli studenti del secondo anno della scuola secondaria di secondo grado (http://www.invalsi.it/snv2012/index.php?action=strumenti)
- i) il Quaderno SNV 3/2012 "Le prove INVALSI di matematica nella prima e nella terza classe della scuola secondaria di primo grado (Prova Nazionale)" (http://www.invalsi.it/snvpn2013/index.php?action=quadernisnv).

In questo lavoro, d'ora innanzi, la prova nazionale di matematica per il terzo anno della scuola secondaria di primo grado verrà indicata con la sigla PN2012, mentre la sigla SNV10 farà riferimento alla prova di matematica assegnata agli studenti del secondo anno della scuola secondaria di secondo grado.



Sezione I. Descrizione delle caratteristiche delle prove

Le domande

PN2012 e SNV10, in accordo con i quadri di riferimento teorici dell'INVALSI (uno per il primo ciclo di istruzione e uno per il secondo), con le indicazioni nazionali e con le prove di valutazione internazionali, presentano una serie di domande, spesso strutturate su più item, sulla base di due dimensioni:

- a) i quattro ambiti di contenuto, a cui le domande si riferiscono (Numeri, Spazio e Figure, Dati e Previsioni, Relazioni e Funzioni);
- b) i processi che gli studenti attivano per rispondere alle domande proposte.

I quadri teorici del primo e del secondo ciclo di istruzione a cui fanno riferimento le prove di matematica PN2012 e SNV10 prevedono otto processi, che qui richiamiamo¹:

¹ Dal rapporto INVALSI sulle rilevazioni nazionali sugli apprendimenti 2011-2012, tavola 3.7, pag. 40 (http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Rapporti/Rapporto rilevazione apprendimenti 2012.pdf)



Tabella 1

Codice	Proc	ocessi			
	PN2012	SNV10			
1	Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti	Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti			
1	matematici, proprietà, strutture)	matematici, proprietà, strutture)			
2	Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico,	Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico,			
	geometrico,)	geometrico, algebrico, statistico e probabilistico)			
3	Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra	Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra			
	(verbale, numerica, simbolica, grafica,)	(verbale, numerica, simbolica, grafica,)			
	Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico,	Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico,			
4	geometrico, algebrico - (individuare e collegare le informazioni utili,	geometrico, algebrico - (individuare e collegare le informazioni utili,			
	individuare e utilizzare procedure risolutive, confrontare strategie di	individuare e utilizzare procedure risolutive, confrontare strategie di			
	soluzione, descrivere e rappresentare il procedimento risolutivo,)	soluzione, descrivere e rappresentare il procedimento risolutivo,)			
	Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni,	Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni,			
5	utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di	utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di			
	grandezze (individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un	grandezze (individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un			
	dato contesto, stimare una misura,)	dato contesto,)			
6	Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico	Utilizzare forme tipiche del ragionamento matematico (congetturare,			
	(congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare,)	argomentare, verificare, definire, generalizzare, dimostrare)			
	Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo	Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo			
	dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli	dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli			
7	matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare	matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare			
	una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti	una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti			
	statistici o funzioni)	statistici o funzioni)			
	Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di	Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di			
	problemi geometrici o di modellizzazione (riconoscere forme in diverse	problemi geometrici o di modellizzazione (riconoscere forme in diverse			
	rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o	rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o			
8	rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da	rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da			
	una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano	una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano			
	una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative	una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative			
	posizioni,)	posizioni,)			



Come indicato nel Rapporto INVALSI, (vd. punto e. in Premessa), gli otto processi sopra descritti sono stati raggruppati, al fine di rendere più semplice e comprensibile la restituzione dei dati, soprattutto per quel che riguarda l'individuazione dei punti di forza e di debolezza degli studenti, in quattro gruppi di "macroprocessi", secondo la seguente tabella:

Tabella 2

Gruppo	Denominazione gruppo	Corrispondenza con i Processi
A	Concetti e procedure	Processi 1 e 2
В	Rappresentazioni	Processi 3 e 8
С	Modellizzazione	Processi 4, 5, 7
D	Argomentazione	Processo 6

Le domande di PN2012 e SNV10 sono composte da uno o più item di queste tipologie:

- a) a scelta multipla (4 opzioni indipendenti fra loro e mutuamente esclusive, di cui solo una corretta, con tre distrattori);
- b) a scelta multipla complessa (per esempio diverse domande del tipo "vero" / "falso" o anche con tre opzioni "vero" / "falso" / "non si può dedurre dalle informazioni disponibili" o anche SI/NO, ...);
- c) aperte a risposta univoca;
- d) aperte a risposta articolata, ossia con la richiesta di descrivere un calcolo o un procedimento o con la richiesta di giustificazione.

E' possibile fare un primo confronto fra PN2012 e SNV10 attraverso i dati riportati in Tabella 3, tratta dal Rapporto INVALSI menzionato sopra, che riporta, per ciascuna delle due prove, la durata, gli ambiti di contenuto, il numero di domande e di item per ambito e per tipologia:



Tabella 3

Classe e durata	Ambiti di contenuto	N. dom. per ambito	N. item per ambito	N. item per tipologia
Prova PN2012	- Numeri	8	16	Scelta multipla: 20
	- Spazio e figure	7	11	Scelta multipla complessa: 4
III Sec. 1° grado 75 minuti	- Dati e Previsioni	5	9	Aperta a risposta univoca: 19
/3 IIIIIuu	- Relazioni e funzioni	5	10	Aperta a risposta articolata: 3
	Totale	25	46	
	- Numeri	12	17	Scelta multipla: 21
Prova SNV10	- Spazio e figure	8	12	Scelta multipla complessa: 13
II Sec. 2° grado	- Dati e Previsioni	5	14	Aperta a risposta univoca: 13
90 minuti	- Relazioni e funzioni	5	11	Aperta a risposta articolata: 7
	Totale	30	54	

Premesso che il minor numero di domande e di item in PN2012 rispetto a SNV10 è giustificato dal minore tempo a disposizione concesso agli studenti e da esigenze organizzative - PN2012 è una prova valida per la valutazione dello studente all'Esame di Stato di III media- la Tabella 3 indica una sostanziale affinità tra le prove PN2012 e SNV10. Infatti, per quanto riguarda la suddivisione del numero di domande per ambiti di contenuto in ciascuna delle due prove l'ambito "Numeri" è presente con il maggior numero di domande, seguito da "Spazio e Figure" e, infine, da "Dati e Previsioni" e "Relazioni e Funzioni" (entrambi con cinque domande nelle due prove). Inoltre, anche la suddivisione per ambiti del numero di item presenta forti affinità; però i quattordici item in cui si strutturano le domande dell'ambito "Dati e Previsioni" di SNV10 suggeriscono una maggiore articolazione di queste domande rispetto a quelle di PN2012.

Le Tabelle 4 e 5 riportate nel seguito in cui vengono mostrate le distribuzioni percentuali (valori arrotondati alla prima cifra dopo la virgola) del numero di domande e di item per ambito in PN2012 e in SNV10, confermano quanto si è detto in precedenza riguardo alla maggiore occorrenza di item relativi all'ambito "Numeri" in entrambe le prove. La Tabella 5, consente inoltre di osservare con maggior evidenza la netta prevalenza in SNV10 di domande relative al ambito "Numeri" rispetto agli altri ambiti. Questo dato può essere interpretato come conseguenza di una prassi didattica nel biennio della secondaria di II grado che vede la prevalenza di questo ambito rispetto agli altri.



Tabella 4

PN2012	Frequenza% domande	Frequenza % item
Numeri	32,0	34,8
Spazio e Figure	28,0	23,9
Dati e Previsioni	20,0	19,6
Relazioni e Funzioni	20,0	21,7
Totale	100,0	100,0

Tabella 5

SNV10	Frequenza% domande	Frequenza % item	
Numeri	40,0	31,5	
Spazio e Figure	26,6	22,2	
Dati e Previsioni	16,7	25,9	
Relazioni e Funzioni	16,7	20,4	
Totale	100,0	100,0	

Tabella 6

PN2012	Frequenza percentuale
Scelta multipla	43,5
Scelta multipla complessa	8,7
Aperta univoca	41,3
Aperta articolata	6,5

Tabella 7

SNV10	Frequenza percentuale
Scelta multipla	38,9
Scelta multipla complessa	24,1
Aperta univoca	24,1
Aperta articolata	12,9

Le Tabelle 6 e 7 riportano la distribuzione percentuale (valori arrotondati alla prima cifra dopo la virgola) per tipologia del numero di item nelle due prove.

Come si può notare in Tabella 6, SNV10 presenta una percentuale significativamente alta di item a scelta multipla complessa e di item a risposta aperta articolata, mentre SNV10 (vd. Tabella 7) si caratterizza per un numero di domande a risposta aperta univoca relativamente maggiore rispetto alle altre tipologie.

Alcune considerazioni più dettagliate possono essere effettuate suddividendo le domande a risposta aperta articolata in domande che richiedono di descrivere un calcolo o un procedimento (RC) e domande che richiedono di giustificare una risposta o una scelta (RG).

La Tabella 8,(riportata di seguito e tratta dal medesimo Rapporto INVALSI già citato), presenta la distribuzione delle domande a risposta aperta, quelle univoche (RU) e le già citate RC e RG, per ambito.

In essa si può notare come il numero di domande aperte RC e RG sia notevolmente inferiore, sia in PN2012, sia in SNV10 rispetto alle domande aperte RU; ciò è comprensibile poiché le prime richiedono più tempo e una riflessione più approfondita. Si può infine notare che le domande RG



nelle quali si richiede una giustificazione della risposta sono in numero maggiore in SNV10 anche perché i ragazzi dovrebbero cominciare ad affrontare in modo più preciso e puntuale gli aspetti teorici della matematica.

Tabella 8

Classe	Ambiti	N. item a RU per ambito	N. item RC per ambito	N. item RG per ambito
	- Numeri	7	0	0
III Sec. 1°	- Spazio e figure	5	0	2
grado	- Dati e Previsioni	4	0	1
	- Relazioni e funzioni	3	0	0
	Totale	19	0	3
	- Numeri	3	1	3
II Sec. 2°	- Spazio e figure	1	1	1
grado	- Dati e Previsioni	4	0	1
	- Relazioni e funzioni	5	0	0
	Totale	13	2	5

RU = risposta univoca, RC = richiesta di descrivere un procedimento/calcolo, RG = richiesta di giustificare un'affermazione o una scelta.

I processi:

In ogni disciplina e nella matematica in particolare, quando si risolve un compito, si attivano diversi *processi*, profondamente intrecciati. Quanto più il compito è complesso, tanto più è difficile distinguere i *processi* interessati e individuare quello prevalente. In genere gli estensori delle domande delle prove INVALSI precisano, nel classificare gli item in base ai processi, di riferirsi a quello principalmente interessato nel compito, consapevoli che i processi effettivamente attivati sono molteplici.

La scelta di raggruppare alcuni processi, in modo tale da ridurre il numero di gruppi classificati da otto a quattro unità, obbedisce alla logica di aiutare nell'interpretazione dei risultati, soprattutto per rendere più agevole l'individuazione dei punti di forza e di debolezza degli studenti, semplificando anche i documenti di restituzione.

Qui proponiamo all'attenzione del lettore alcune considerazioni utili a un confronto tra le prove PN2012 e SNV10, con particolare considerazione ai quattro macroprocessi individuati.



Le Tabelle 9 e 10, sotto riportate, sono tabelle a doppia entrata che riportano le distribuzioni degli item rispetto agli ambiti di contenuto e ai macroprocessi, ma anche le distribuzioni dei macroprocessi rispetto agli ambiti di contenuto e le distribuzioni degli ambiti di contenuto rispetto ai quattro macroprocessi: la Tabella 9 (valori assoluti e valori percentuali arrotondati alla prima cifra dopo la virgola) per PN2012 e la Tabella 10 (valori assoluti e valori percentuali, arrotondati alla prima cifra dopo la virgola) per SNV10.

Tabella 9

PN2012	Nu	meri	Spazio e	Figure	Dati e Pr	evisioni	Relazioni	e Funzioni	7	Γot
	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.
Concetti e procedure	10	21,7	1	2,2	5	10,9	2	4,3	18	39,1
Rappresentazioni	1	2,2	4	8,7	0	0,0	1	2,2	6	13,0
Modellizzazione	4	8,7	3	6,5	3	6,5	5	10,9	15	32,6
Argomentazione	1	2,2	3	6,5	1	2,2	2	4,3	7	15,2
Totale	16	34,8	11	23,9	9	19,6	10	21,7	46	100,0

Tabella 10

SNV10	Nı	ımeri	Spazio e	Figure	Dati e Pr	evisioni	Relazioni	e Funzioni	To	ot
	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.	v.ass.	v.perc.
Concetti e procedure	11	20,4	7	13,0	5	9,3	2	3,7	25	46,3
Rappresentazioni	1	1,9	1	1,9	5	9,3	4	7,4	11	20,4
Modellizzazione	1	1,9	2	3,7	3	5,6	4	7,4	10	18,5
Argomentazione	4	7,4	2	3,7	1	1,9	1	1,9	8	14,8
Totale	17	31,5	12	22,2	14	25,9	11	20,4	54	100,0

Si può notare, leggendo per righe i valori percentuali, che vi sono analogie e differenze nelle distribuzioni dei diversi macroprocessi nei vari ambiti di contenuto in PN2012 e in SNV10.

Per esempio, il macroprocesso "Concetti e procedure" si distribuisce in modo non uniforme nei vari ambiti sia in SNV08, sia in SNV10. Ci sono però forti somiglianze nelle due distribuzioni, e quindi nelle due prove, che riguardano il macroprocesso "Concetti e procedure". Tale macroprocesso, infatti:



- a) è il macroprocesso principale nelle due prove;
- b) in PN2012 compare come macroprocesso principale soprattutto nell'ambito di contenuto "Numeri", mentre è poco presente in "Relazioni e Funzioni".
- c) si distribuisce in modo non uniforme nei vari ambiti;

Una differenza significativa tra PN2012 e SNV10 si ritrova nel diverso peso che il macroprocesso "Concetti e procedure" ha nell'ambito tematico "Spazio e Figure": trascurabile in PN2012 (2,2%) e consistente in SNV10 (13%).

Il macroprocesso "Rappresentazioni" ha invece un peso trascurabile in PN2012 (tranne nell'ambito "Spazio e Figure" in cui ha l'8,7%), mentre in SNV10 compare in modo non trascurabile negli ambiti "Dati e Previsioni" (9,3%) e "Relazioni e Funzioni" (7,4%).

Il macroprocesso "Modellizzazione" è presente in modo equilibrato in ciascun ambito tematico in PN2012, mentre è consistente solo nell'ambito "Relazioni e Funzioni" in SNV10 (7,4%).

Infine il macroprocesso "Argomentazione" è presente in modo non trascurabile nell'ambito "Spazio e Figure" (6,5%) in PN2012 (una presenza meno significativa, ma in ogni caso non trascurabile, si ha anche nell'ambito "Relazioni e Funzioni"), mentre in SNV10 è presente in modo consistente nell'ambito "Numeri" (7,4%) e negli altri ambiti è quasi sempre trascurabile (solo in "Spazio e Figure" può essere considerato non trascurabile).

Considerazioni analoghe possono essere fatte, leggendo le tabelle per colonne, relativamente alle distribuzioni degli ambiti in base ai quattro macroprocessi.

Naturalmente queste osservazioni dipendono dalle scelte effettuate dal gruppo di lavoro dell'INVALSI, sia nell'individuazione, per ciascun item, del processo prevalente fra gli otto riportati nella Tabella 1 sia nel successivo raggruppamento di questi otto processi nei quattro macroprocessi (Tabella 2). Si tratta di scelte effettuate con attenzione e intersoggettive, discusse, condivise e concordate da diversi esperti, ma è del tutto ragionevole pensare che altri gruppi di docenti potrebbero classificare in modo differente gli item rispetto al processo prevalente, modificando, in tal modo, le distribuzioni riportate nelle Tabelle 9 e 10.

Inoltre, se si osserva la distribuzione degli item per processo considerando non i raggruppamenti nei quattro macroprocessi, ma gli otto processi, si possono notare altri aspetti interessanti.

La Tabella 11, che è un estratto del "prospetto del numero di item per ambiti e processi per ogni livello scolare" riportato nel medesimo Rapporto INVALSI già citato (Tavola 3.8, p. 41 del rapporto) consente alcune riflessioni riguardo la distribuzione dei processi nelle due prove in esame.



Tabella 11

Tabena 11										
Ambito	Numeri		Spazio e Figure		Dati e Previsioni		Relazioni	e	Totale	
							Funzioni		item	
Processo	PN2012	SNV10	PN2012	SNV10	PN2012	SNV10	PN2012	SNV10	PN2012	SNV10
1	1	3	0	7	2	1	0	0	3	11
2	9	8	1	0	3	4	2	2	15	14
3	1	1	0	0	0	5	1	4	2	10
4	1	1	3	1	0	0	1	1	5	3
5	3	0	0	1	1	0	1	0	5	1
6	1	4	3	2	1	1	2	1	7	8
7	0	0	0	0	2	3	3	3	5	6
8	0	0	4	1	0	0	0	0	4	1
Totale item	16	17	11	12	9	14	10	11	46	54

In PN2012 il processo 2 ("conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure") è presente con un peso molto maggiore rispetto agli altri processi (9 item); quello meno presente è il processo 3 ("conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra"). Anche il processo 1 (conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica") è poco presente e la sua frequenza percentuale non è molto diversa da quella del processo 8 ("sapere riconoscere forme nello spazio ..."). Se si considera che algoritmi e procedure possono essere considerati essi stessi oggetti e contenuti specifici della matematica, la carenza di item destinati a valutare il processo 1 non preoccupa più di tanto. Quello che emerge da queste considerazioni è che PN2012 risulta particolarmente adatta a valutare conoscenze e procedure tipiche della prassi didattica. Si può quindi ipotizzare che gli estensori della prova abbiano tenuto in grande considerazione gli aspetti legati non solo alle indicazioni curricolari, ma anche alla prassi didattica dal momento che,anche se interviene con un peso non determinante, PN2012 contribuisce alla valutazione finale degli studenti all'esame di Stato.

In SNV10 c'è un maggiore equilibrio nella distribuzione: i processi 1,2 3, ma anche 6 ("acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico: congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare...") e 7 ("utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione...") sono presenti in modo relativamente consistente. Sono invece carenti, in particolare, i processi 5 ("sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e sapere utilizzare strumenti di misura...") e 8, ma anche, in modo meno forte, il processo 4 ("sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica"). La SNV10, a differenza della PN2012, è solo al secondo anno di somministrazione, per di più l'anno passato non era ancora in vigore la riforma nelle classi seconde, e quindi è ancora presto per un'analisi approfondita della relazione fra i vari processi e i curricoli e le prassi didattiche.



La carenza di item volti a saggiare l'attivazione del processo 4 potrebbe apparire particolarmente grave: c'è chi ritiene, con molte ragioni, che l'attività matematica consista essenzialmente nel risolvere problemi. Una prova nazionale che abbia l'ambizione di valutare le competenze degli studenti nel risolvere problemi dovrebbe avere diversi item volti a rilevare il processo 4. In effetti analizzando nello specifico i singoli quesiti, SNV10 presenta diverse domande e item che richiedono l'attivazione del processo 4. Per esempio, molti di quelli che coinvolgono l'ambito Relazioni e funzioni e che richiedono l'uso o la costruzione di modelli coinvolgono inevitabilmente il "risolvere problemi". Anche qui si tratta quindi non di una carenza effettiva, ma solo di un'impressione dovuta alla scelta degli estensori delle prove di non considerare, in diversi item, il 4 come processo prevalente.

Invece la carenza di quesiti legati ai processi 5 e 8 sono reali. In questo caso SNV10 si differenzia da PN2012: l'attenzione all'uso della misura e degli strumenti di misura e alla capacità di riconoscere forme nello spazio si riduce sensibilmente passando da PN2012 a SNV10. Questa differenza, anche se giustificata (o indotta?) dalla prassi didattica, sarebbe opportuno venisse mitigata nelle future prove, con una maggiore attenzione anche in SNV10 ai processi 5 e 8.

La capacità di vedere e riconoscere forme nello spazio è una competenza matematica importante che andrebbe continuamente allenata e una carenza così marcata di domande di questo tipo in SNV10 rischia di inviare agli insegnanti che lavorano nel biennio della scuola secondaria di secondo grado il messaggio pericoloso e certamente non voluto: "per quel che riguarda il processo 8 sono sufficienti le attività che si fanno nel primo ciclo e dal primo anno di scuola secondaria di secondo grado si possono sostituire definitivamente attività e problemi che richiedono manipolazione, visualizzazione e intuizione nello spazio con attività di calcolo e di algebrizzazione della geometria".

Anche la carenza di item che mettano in gioco il processo 5 dovrebbe essere colmata: non è pensabile che le attività importanti di uso della misura e di strumenti di misura siano effettuate solo nel primo ciclo e poi, nel secondo ciclo, siano eventualmente relegate all'uso (magari sporadico) del laboratorio di fisica o di scienze sperimentali per essere riprese solo nell'ultimo anno di corso con il calcolo integrale per la misura dell'area di superfici non poligonali². Domande che richiedano misure approssimate di superfici non poligonali, come quella famosa rilasciata dall'indagine PISA e qui di seguito riportata per comodità del lettore, possono mantenere vive e consolidare quelle conoscenze e competenze assai utili per comprendere la funzione e la natura del calcolo integrale, competenze che sono curate nel primo ciclo e poi entrano in latenza con difficoltà a essere recuperate, a causa dell'imperversare delle formule per il calcolo delle aree di superfici poligonali (o anche di superfici e volumi di figure solide particolari).

-

² Si vedano ad esempio i risultati di D17 in SNV10: solo il 14.7% degli studenti è in grado di determinare l'area della figura.



Domanda rilasciata dall'indagine PISA 2003 AREA DI UN CONTINENTE Stima l'area dell'Antartide utilizzando la scala della carta geografica. Mostra il tuo lavoro e spiega come hai fatto la tua stima.





Sezione II. Analisi dei risultati

Un quadro generale

Da quest'anno il Rapporto Nazionale presenta i risultati secondo una scala di punteggio analoga a quella utilizzata nelle maggiori ricerche internazionali. Nella scala, per tutte le prove SNV, eccetto PN2012, il valore medio nazionale è posto pari a 200 e la deviazione standard a 40. Un valore superiore (inferiore) a 200 posiziona (una singola scuola o un'intera regione) al di sopra (al di sotto) della media nazionale; una deviazione standard maggiore (minore) di 40 (di una regione o di una determinata area territoriale) indica una variabilità interna superiore (inferiore) a quella che si riscontra a livello nazionale. Per la Prova Nazionale PN2012, invece, il valore medio nazionale è posto a un valore più basso, precisamente a 183, in quanto è stato necessario "ripulire" i dati da fenomeni di *cheating*. (Per maggiori informazioni vedere il Rapporto Nazionale citato all'inizio).

I due grafici riportati nella Figura 1 riportata sotto (tratta dal rapporto INVALSI citato nella nota 1) offrono un quadro generale dei risultati delle due prove che stiamo mettendo a o di confronto.



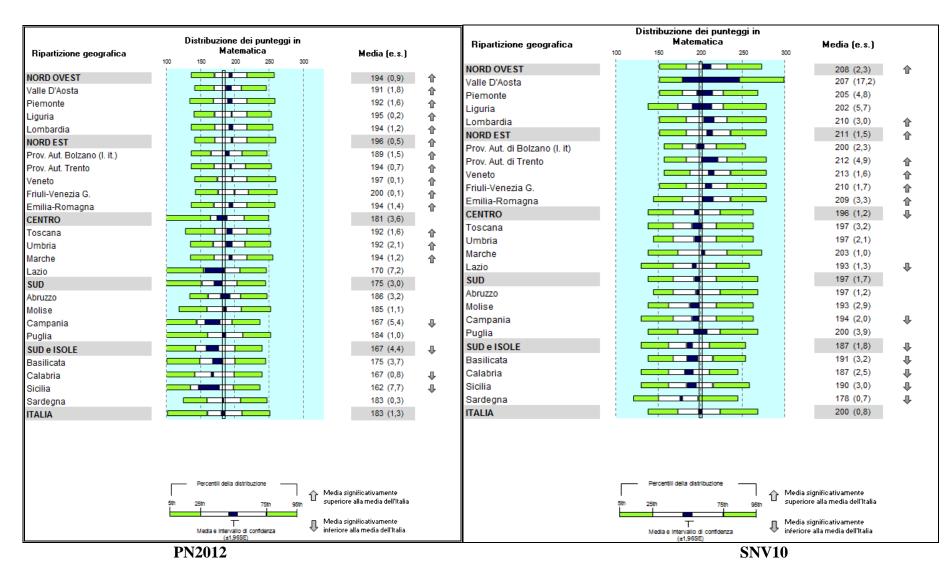


Figura 1



Una prima osservazione riguarda la differenza fra gli errori standard di PN2012 e SNV10, rispettivamente 1,3 e 0,8. Negli altri livelli scolastici l'errore standard è paragonabile a quello di SNV10. Il fatto è che il disegno di campionamento delle prove SNV è diverso da quello della prova nazionale (PN2012) che si svolge all'interno dell'esame al termine del primo ciclo. In quest'ultimo caso per ogni scuola del campione vengono utilizzati i dati di una sola classe mentre per gli altri livelli le classi campionate sono due per scuola. Quindi l'errore associato alla media di un campione più piccolo risulta ovviamente più grande.

Passando a una veloce analisi dei risultati possiamo osservare che nelle macroaree Nord-Est e Nord-Ovest i risultati sono sempre uguali o superiori rispetto alla media nazionale, mentre nel Sud-Isole i risultati sono sempre uguali o inferiori rispetto alla media nazionale senza cambiamenti significativi sia nei due livelli scolari considerati sia nel confronto con l'anno passato.

Fra la regione che ottiene i risultati migliori (Friuli in PN2012 e Veneto in SNV10) e quella che ottiene i peggiori (Sicilia in PN2012 e Sardegna in SNV10) ci sono circa 35 punti di differenza che corrispondono a quasi una deviazione standard (40 punti). Inoltre circa 1/4 degli studenti delle regioni con risultati peggiori (si fa riferimento al primo tratto grigio della barra dei punteggi partendo da sinistra) ottiene un punteggio pari o inferiore a quello ottenuto dal 5% degli studenti delle regioni con risultati migliori La situazione appare completamente invertita se osserviamo i punteggi degli studenti migliori. Questo è un risultato molto preoccupante per il sistema scolastico nazionale.

Ambiti tematici e macro-processi

Può essere interessante, per proseguire nell'analisi comparativa delle prove PN2012 e SNV10, in particolare per quel che riguarda la loro efficacia nella valutazione della capacità, da parte degli studenti, di attivare processi ritenuti fondamentali per la formazione di buone competenze matematiche, osservare i risultati delle *performance* degli studenti nelle diverse componenti (ambiti tematici e macro-processi) in cui si articola la prova di Matematica. Le Figure 2, 3, 4 e 5, tratte dal Rapporto INVALSI già citato in premessa, presentano, rispettivamente, le *performance* degli studenti in PN2012 e SNV10 per quel che riguarda gli ambiti tematici e i macro-processi. Si tenga presente, nella lettura dei grafici riportati nelle figure, che la scala verticale è stata sempre riportata in ordine inverso (decrescente). Come precisato nel rapporto INVALSI, sulla scala verticale, "è possibile leggere sia il livello di abilità dei soggetti rispondenti sia il grado di difficoltà delle domande afferenti a una certa parte della prova o a una data categoria di processi" (*ivi*, p. 152). Ciascuna delle figure riporta due grafici, uno (la retta orizzontale) che rappresenta la mediana generale dei livelli di difficoltà dei quesiti e l'altro che rappresenta i punteggi mediani conseguiti sull'intera scala dagli alunni che hanno risposto correttamente alle domande relative agli ambiti di contenuto (Figure 2 e 3) o alle domande afferenti a una stessa macro-categoria di processi (Figure 4 e 5). Come precisato nel già citato Rapporto INVALSI (p. 152), " Quanto più il punto mediano cade in alto, rispetto alla retta orizzontale, tanto più questo indica che buona parte degli studenti hanno livelli di competenza adeguati per rispondere correttamente a quella parte della prova, mentre, viceversa, quanto più il punto mediano si situa al di sotto della retta orizzontale tanto meno adeguata risulta la competenza degli allievi per affrontare positivamente quella determinata parte della prova".

Quaderni SNV – N. 4/2012 MAT



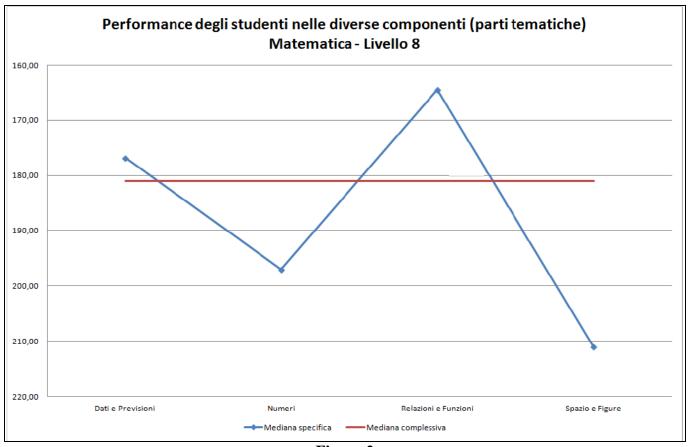


Figura 2

Quaderni SNV – N. 4/2012 MAT



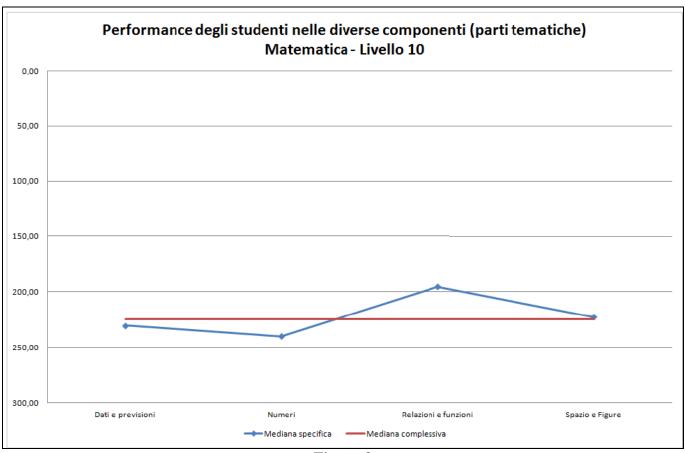


Figura 3

La diversità delle scale utilizzate nelle figure 2,3,4 e 5 non consente una comparazione immediata, fra PN2012 e SNV10, degli scostamenti dei risultati rispetto alla linea mediana. Una più attenta valutazione numerica consente di osservare che, per quel che riguarda gli ambiti di contenuto, gli scostamenti rispetto alla linea mediana sono, nel complesso, leggermente inferiori in SNV10 rispetto a PN2012. In particolare, in PN2012, gli studenti hanno incontrato forti difficoltà (e quindi hanno dimostrato mediamente competenze non adeguate) nel rispondere alle domande



dell'ambito di contenuto "Spazio e Figure" e, in misura minore, alle domande dell'ambito "Numeri". Inoltre, in entrambe le prove, le domande relative all'ambito "Relazioni e Funzioni" risultano essere quelle in cui gli studenti hanno incontrato minori difficoltà, dimostrando quindi competenze adeguate a rispondere alle domande proposte. Entrando nel dettaglio dei quesiti si può osservare che per PN2012 su 11 item di Spazio e Figure, 3 facevano riferimento al processo Argomentazione e 4 al macro-processo Rappresentazioni che sono le due aree di criticità nei macro-processi.

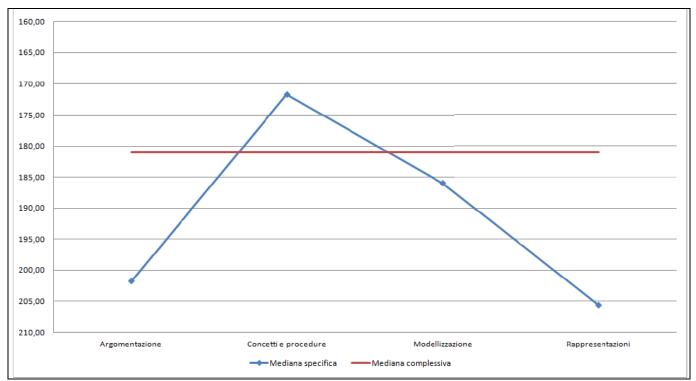


Figura 4



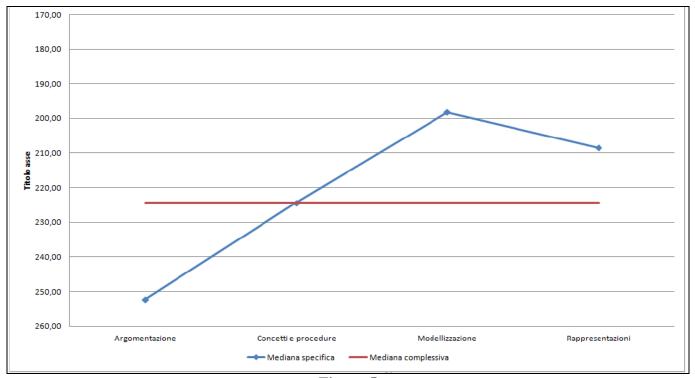
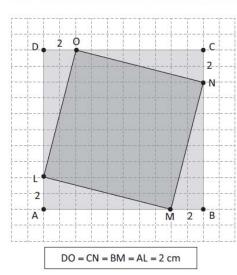


Figura 5

Nell'analisi dei due grafici relativi ai macro-processi una differenza che salta all'occhio è la difficoltà incontrata dagli studenti di scuola secondaria di primo grado nel macro-processo Rappresentazioni (che raggruppa i processi 3 e 8 del QdR). È quindi utile esaminare i singoli item della prova che si riferiscono a questi processi. Un esempio illuminante è dato dalla domanda E14:



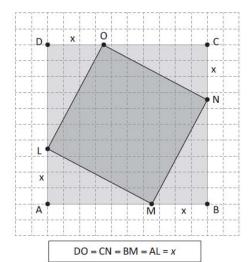
E14. In un quadrato ABCD di lato 10 cm è inscritto un quadrato LMNO. I segmenti DO, CN, BM e AL sono uguali fra loro e ciascuno di essi misura 2 cm.



a. Quanto misura l'area del quadrato LMNO?

Risposta: cm²

Immagina ora che i punti L, M, N e O si muovano lungo i lati del quadrato ABCD in modo tale che DO = CN = BM = AL = x. Al variare di x varia anche l'area del quadrato LMNO.



b. Per quale tra questi valori di x l'area del quadrato LMNO diventa minima?

A. 1 cm

B. 3 cm

C. 5 cm

0. 8 cm



RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde				
E14a	67,0	24,2	8,6				

	Α	В	C	D	Non risponde
E14b	14,5	31,8	32,2	16,5	4,8

I risultati relativi all'item a. sono preoccupanti: solo il 24,2% degli studenti risponde correttamente e all'item b. risponde correttamente (opzione C) il 32,1%. Il quesito richiede un "saper vedere" in geometria che spesso non è oggetto di particolare attenzione nelle nostre aule; in particolare l'item b. implica la capacità di "muovere" mentalmente il punto O lungo il segmento DC per individuare la configurazione che fornisce l'area minima del quadrato LMNO. La differenza di risultati tra i due item potrebbe essere spiegata dal fatto che il primo è a risposta aperta, e quindi notoriamente considerato più difficile dagli studenti rispetto a un item a risposta multipla come l'item b., dove si potrebbe anche rispondere correttamente per puro caso; è quindi probabile che i risultati si equivalgano. Nell'insieme possiamo dire che meno di uno studente su tre risponde correttamente a tutto il quesito. Sarebbe interessante verificare se nelle classi che utilizzano regolarmente software di geometria dinamica i risultati sono diversi dal campione nazionale in modo da verificare se attività fatte con tali software influenzino o meno la risoluzione di tali quesiti. Si tratta, a nostro avviso, di un interessante spunto di osservazione e ricerca per gli insegnanti nelle proprie classi.

Sempre relativamente ai macro-processi, sia in PN2012, sia in SNV10 si notano scostamenti significativi rispetto alla linea mediana. In PN2012 gli studenti hanno incontrato difficoltà, dimostrando competenze non adeguate, nei processi "Argomentazione" e "Rappresentazioni", mentre hanno risposto in modo mediamente soddisfacente agli item relativi al processo "Concetti e Procedure" e hanno dimostrato competenze leggermente al di sotto della linea mediana per quel che riguarda il processo "Modellizzazione". In SNV10 le difficoltà si sono concentrate sul processo "Argomentazione", mentre gli studenti hanno dimostrato competenze sulla linea mediana per quel che riguarda "Concetti e Procedure" e soddisfacenti in "Rappresentazioni" e soprattutto "Modellizzazione".

Naturalmente, per un'analisi più raffinata delle difficoltà incontrate dagli studenti nel rispondere (e quindi delle competenze che hanno dimostrato) è opportuno tenere presente l'incrocio "Ambito tematico" – "Processo". Come si può notare confrontando le Tabelle 8 e 9 della sezione I, nel nucleo "Spazio e Figure", in cui gli studenti di PN2012 hanno incontrato maggiori difficoltà, si trovano 5 domande a risposta aperta univoca e 2 domande a risposta aperta con richiesta di giustificazione. Inoltre il maggior numero di domande con richiesta di argomentazione (3), processo nel quale gli studenti hanno dimostrato le maggiori difficoltà, si trova proprio, in PN2012, nell'ambito "Spazio e Figure". Queste considerazioni suggeriscono

_

³ Si noti che sono più di 30 i punti che separano la prestazione media nel processo "Concetti e Procedure" da quelle ottenute nei processi "Argomentazione" e "Rappresentazioni".



che probabilmente le difficoltà incontrate dagli studenti in "Spazio e Figure" potrebbero essere non tanto legate all'ambito tematico (o, almeno non solo all'ambito), ma alla presenza, in quell'ambito, di item che richiedono di attivare processi legati all'argomentazione. Queste considerazioni sono rafforzate anche dall'osservazione delle Tabelle 8 e 10: anche in SNV10 l'ambito tematico risultato più ostico per gli studenti ("Numeri") è quello in cui si presenta il maggior numero di item che richiedono di attivare processi argomentativi.

Sempre per quel che riguarda un'analisi più raffinata delle difficoltà incontrate dagli studenti nei vari ambiti di contenuto e nell'attivazione dei vari macro-processi, è bene tenere presente che tale analisi non può basarsi unicamente sulla visione globale offerta dalle figure 2-5. In particolare per SNV10 si può notare che la visione globale, relativa alla distribuzione dei risultati per ambiti di contenuto e per macro-processi, nasconde le criticità emerse con l'analisi puntuale delle risposte degli studenti ad alcuni item (si veda il successivo paragrafo "Alcuni processi sotto osservazione: Rappresentazioni e Modellizzazione"). Infatti, per esempio, la visione globale offerta dalle figure 3 e 5 mostra che l'ambito tematico "Relazioni e Funzioni" e il processo "Modellizzazione" sono quelli in cui gli studenti hanno ottenuto i migliori risultati. Allo stesso tempo, l'analisi puntuale delle risposte ai vari item suggerisce che gli studenti di scuola secondaria di secondo grado incontrano enormi difficoltà ad affrontare compiti che richiedono competenze di conversione dai registri grafico e numerico al registro simbolico, proprio quelle competenze che sono testate in particolare nell'ambito "Relazioni e funzioni" e con il processo "Modellizzazione".

Questa considerazione fa capire che la visione globale dei risultati (per ambiti e macro-processi) non deve mai essere disgiunta da un'analisi locale degli stessi risultati (domanda per domanda, item per item), se non si vuole correre il rischio di perdere informazioni fondamentali per una valutazione non distorta delle *performance* degli studenti. Analisi globale e locale convergono invece in modo assai coerente nell'evidenziare forti difficoltà degli studenti nei processi argomentativi (si veda il paragrafo "Un processo critico: Argomentazione").

Alcuni processi sotto osservazione: Rappresentazioni e Modellizzazione

Nella parte finale della sezione I abbiamo avviato una riflessione sul peso con cui sono presenti i diversi processi in PN2012 e in SNV10. Passiamo ora all'analisi dei risultati di alcune domande soffermandoci prima su un dato che potrebbe destare qualche perplessità: lo scarso peso con cui in PN2012 è presente il processo 3 "utilizzare diversi registri di rappresentazione (numerico, grafico e simbolico)". Lavorare in un registro di rappresentazione e passare da un registro a un altro sono competenze di enorme importanza in matematica: come è noto, nessuno può lavorare direttamente sugli oggetti matematici, perché si tratta di oggetti non concreti, che non hanno odore, sapore, colore; si lavora inevitabilmente con rappresentazioni diverse ciascuna delle quali mette in luce alcune caratteristiche diverse dell'oggetto matematico. Come osserva Peirce (1932), una rappresentazione 'is something which stands to somebody for something else in some respect or capacity'. Duval (2006) sostiene che privilegiare costantemente una rappresentazione, rispetto ad altre possibili, faccia correre il rischio di confondere l'oggetto matematico con la sua rappresentazione. Passare frequentemente da una rappresentazione a un'altra, invece, dovrebbe consentire di ridurre tale rischio e, nel contempo, facilitare il riconoscimento di caratteristiche diverse dell'oggetto matematico

Duval, inoltre, classificando tutte le attività matematiche come *trattamenti* o *conversioni*, suggerisce il termine *trattamento* per riferirsi a un'attività che coinvolga l'utilizzo di un unico registro di rappresentazione; mentre usa il termine *conversione* quando l'attività richiede di passare da un



registro a un altro. *Trattamento* e *conversione* sono due competenze matematiche complementari e di fondamentale importanza, che devono essere oggetto di sistematico apprendimento e costante valutazione fin dai primi anni della scuola primaria.

L'apparente carenza di item rivolti a saggiare queste competenze sembra quindi costituire un punto di debolezza di PN2012. A un esame più attento della prova, però, questa perplessità è destinata a ridimensionarsi. Non bisogna, infatti, dimenticare che gli estensori della prova hanno classificato gli item in base al processo prevalente, ma diverse domande e diversi item richiedono attività di trattamento o di conversione. Intanto tutti gli item che coinvolgono il processo 2, il più presente in PN2012, richiedono inevitabilmente trattamenti e conversioni che utilizzano il registro numerico o simbolico. Analizziamo qui, commentando i risultati, due domande di PN2012 che richiedono entrambe le competenze di trattamento in un registro e di conversione tra diversi registri: la E4 e la E17.

Lo stimolo della domanda E4 (vedere sotto) inizia con una formula, che esprime, nel registro simbolico, la relazione che lega l'indice di massa corporea al peso e all'altezza. La domanda è composta da tre item. L'item a. richiede un trattamento nel registro numerico (gli studenti devono effettuare un piccolo calcolo), ma, al tempo stesso, richiede la conversione dal registro simbolico a quello numerico; infatti, senza la sostituzione dei valori numerici che rappresentano le misure di peso e altezza alle variabili della formula, l'item non può essere risolto.

L'item b. richiede la lettura un grafico, e, in particolare, di passare dal registro numerico a quello grafico, individuando sul grafico il punto (altezza di Carlo; peso di Carlo) e riconoscendo in quale zona si situa. L'item c. richiede procedimenti analoghi a quelli dell'item b.



E4. L'Indice di Massa Corporea (IMC) è un indicatore del peso forma di una persona. L'IMC si calcola con la seguente formula:

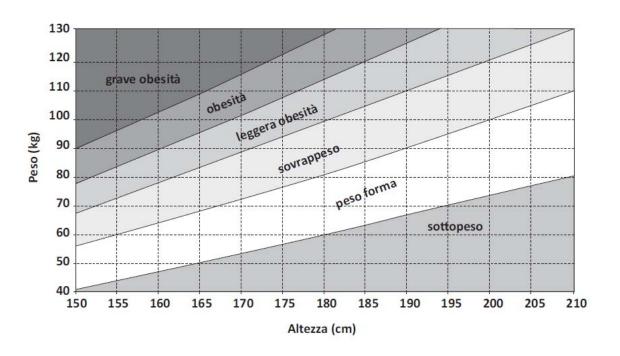
$$IMC = \frac{peso}{altezza^2}$$

dove il peso è espresso in chilogrammi e l'altezza in metri.

- a. Carlo, un ragazzo di 16 anni, pesa 70 kg ed è alto 1,8 m. Qual è il suo Indice di Massa Corporea?
 - A. Circa 3,8
 - B. Circa 19,4
 - C. Circa 21,6
 - D. Circa 38,9



b. Segna con una crocetta in quale punto del seguente grafico si colloca Carlo.





- c. Luigi è alto 1,65 m e in base al grafico è in sovrappeso. Quale potrebbe essere il peso di Luigi?
 - A. Quasi 90 kg
 - B. Compreso tra 70 e 80 kg
 - C. Circa 60 kg
 - D. Poco più di 50 kg

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Α	В	C	D	Non risponde
E4a	12,2	12,7	59,7	12,8	2,5
E4c	4,1	77,9	14,9	2,5	0,5

	errata	corretta	Non risponde
E4b	11,8	70,5	17,3

Nell'item a. i risultati sono abbastanza positivi: il 59.7% di studenti risponde correttamente. Anche gli item b. e c. hanno un risultato positivo e in percentuale maggiore rispetto all'item a.: risponde correttamente il 70.5% degli studenti all'item b. e il 77.9% all'item c.

La domanda che ora abbiamo preso in esame costituisce un tipico esempio di come i processi siano spesso fortemente legati fra loro e sia difficile indicare quello che può essere considerato il processo prevalente. Ad esempio l'item a. richiede un trattamento all'interno di un registro e potrebbe essere anche classificato come processo 2 anziché 3.

Anche la domanda E17, riportata sotto, richiede di operare sia trattamenti sia conversioni fra registri di rappresentazione.

L'item a. richiede un trattamento nel registro numerico (completamento di una tabella); l'item b. richiede la conversione dal registro numerico a quello simbolico: gli studenti devono scegliere l'espressione algebrica che descrive il fenomeno. Potrebbe rivelarsi molto interessante lo



svolgimento di un'attività in classe in cui si chieda agli studenti di descrivere le varie strategie che adottano per scegliere la risposta corretta e per scartare quelle sbagliate. Il lavoro di compilazione della tabella (item a.), quindi di trattamento nel registro numerico, dovrebbe aiutare gli studenti nell'orientarsi nel nuovo registro quello simbolico, individuando la risposta corretta fra quelle proposte.

Infine l'item c. richiede un nuovo cambio di registro: da quello numerico o simbolico (introdotti con gli item a. e b.) a quello grafico.

- E17. Paolo acquista una tessera che consente l'ingresso a prezzo ridotto per un anno a un cinema della sua città. Il costo della tessera è di 12 euro e permette di pagare il biglietto di ingresso solo 5 euro per ogni spettacolo.
 - a. Completa la seguente tabella, dove *n* è il numero degli spettacoli e *S* il costo complessivo della tessera e dei biglietti di ingresso.

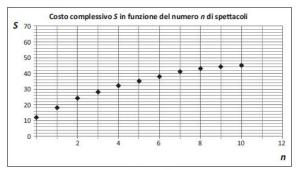
n (numero di spettacoli)	S (costo complessivo in euro)
0	12
1	
2	
3	
4	
5	

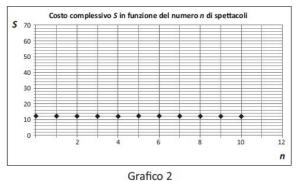


- b. Quale fra le seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo *S* al variare del numero *n* di spettacoli?
 - A. S = 12 + 5n
 - B. S = 12 + 5
 - C. S = 12 + n
 - D. S = 12n + 5n



Osserva ora i grafici seguenti.





12

Grafico 1



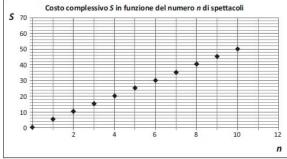


Grafico 3 Grafico 4



Quale grafico rappresenta come varia il costo complessivo S al variare del numero n di spettacoli?

A. Grafico 1

B. Grafico 2

C. Grafico 3

D. Grafico 4

RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde
E17a	33,2	58,1	8,3

	Α	В	С	D	Non risponde
E17b	62,5	14,8	12,1	6,1	4,4
E17c	13,6	5,7	25,7	52,4	2,4

I risultati sono confortanti perché si riferiscono alla scuola secondaria di primo grado e a competenze che dovrebbero essere ulteriormente consolidate nella scuola secondaria di secondo grado, infatti l'oggetto matematico "funzione", nelle sue diverse rappresentazioni, dovrebbe essere ripreso a gradi di complessità via via maggiori.

In SNV10 vi è una presenza più consistente di item che richiedono di operare trattamenti e, soprattutto, conversioni. Questo è soprattutto determinato dal diverso livello scolare in cui si richiede di aver maturato consapevolezza dell'importanza di queste competenze. Purtroppo, i risultati talvolta ottenuti dagli studenti sono molto preoccupanti. Consideriamo per esempio, la domanda D2, che è molto simile, nella struttura e nella formulazione, alla domanda E17 di PN2012 analizzata prima.

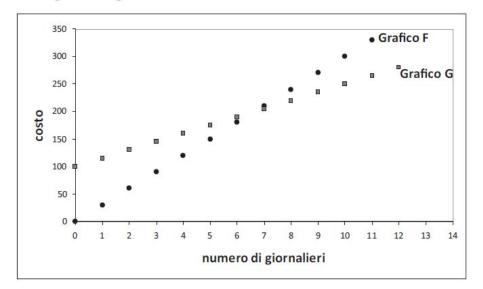


D2. Mario va in vacanza in una località sciistica. Per usufruire degli impianti di risalita (seggiovie, funivie, ...), può scegliere tra due offerte, A e B, entrambe valide per tutta la stagione invernale.

Offerta A: costo iniziale fisso di 100 euro più 15 euro per ogni giornaliero (ossia per ogni giorno in cui si usano gli impianti di risalita).

Offerta B: 30 euro per ogni giornaliero, senza costo iniziale.

Osserva la seguente figura.





a.	Quale, fra i grafici F e G, rappresenta l'offerta A?	
	A. Il grafico F	
	B. Il grafico G	
b.	Completa la seguente tabella, relativa all'offerta B.	
	Numero di giorni in cui Mario usufruisce degli impianti di risalita	Costo in euro
	1	30
	2	
	3	
c.	Se Mario usa gli impianti di risalita solo per cinque giorni dur invernale, quale offerta gli conviene scegliere? Risposta:	ante la stagione
d.	Scrivi due formule, una per l'offerta A e una per l'offerta B , che es c al variare del numero di giornalieri g .	sprimano il costo
	Offerta A: <i>c</i> =	
	Offerta B: <i>c</i> =	
e.	Qual è il numero di giornalieri per cui il costo dell'offerta B è una costo dell'offerta A?	volta e mezza il
	Risposta:	



RISULTATI DEL CAMPIONE

	grafF	grafG	Non risponde
D2a	16,1	82,4	0,8

	errata	corretta	Non risponde
D2b	10,0	85,6	4,3
D2c	12,4	83,1	4,4
D2d	19,4	47,8	32,1
D2e	41,0	12,9	45,4

I risultati di questa domanda sono interessanti: agli item a., b., e c. (che si possono classificare come *facili*, più da scuola secondaria di primo grado che di secondo) infatti risponde correttamente la gran parte degli studenti. Questi risultati sono coerenti con quelli commentati prima: le competenze grafiche e numeriche necessarie a riconoscere (più che a comprendere) un andamento lineare sono già acquisite alla scuola secondaria di primo grado. I problemi si evidenziano quando si tratta di passare al registro simbolico (item d.); le risposte corrette quasi si dimezzano: solo il 47.8% degli studenti riesce a formulare le due espressioni algebriche c = 100+15g, c = 30g e addirittura il 32.1% degli studenti non risponde. Ricordiamo che all'item b. di E17 (62.5% di risposte corrette) gli studenti di scuola secondaria di primo grado erano chiamati a riconoscere l'espressione che modellizzava correttamente la situazione e non a formularla. Sembra dunque che il passaggio dal *riconoscere* al *formulare* sia un aspetto su cui la scuola secondaria di secondo grado dovrebbe impegnarsi maggiormente. Si tratta in qualche modo di rovesciare il percorso classico che dapprima fornisce l'espressione di una funzione (o l'equazione di una curva) e chiede poi di analizzarla, disegnarla, trovarne le caratteristiche. Il processo di modellizzazione e le sue applicazioni ai fenomeni reali, sia deterministici che aleatori, richiede oggi che gli studenti sappiano, partendo dai dati, fornire un modello funzionale ragionevole, e quindi, per esempio nel caso lineare, siano in grado di effettuare, per quanto riguarda i concetti chiave di *pendenza* e di *intercetta*, tutte le conversioni tra i vari registri (e in particolare, nella scuola secondaria di secondo grado, le conversioni da e verso il registro simbolico); per fare ciò è sempre più necessario che gli aspetti semantici prevalgano e costituiscano l'ossatura indispensabile delle aree tematiche.

Segnaliamo infine che all'item e. di D2 il numero di risposte corrette scende al 12.9% (e sale al 45.4% il numero di risposte mancanti); questo item in un certo senso chiude un cerchio logico e operativo: l'espressione funzionale viene ora utilizzata per impostare un'equazione. *Impostare*, più che *risolvere*: in questo item le competenze richieste riguardano la traduzione in equazione delle informazioni disponibili. Possiamo supporre che tra gli studenti (47.8%) che sanno scrivere le espressioni simboliche delle offerte A e B solo poco più di un quarto (12.9%) è in grado di scrivere l'equazione 30g = 1.5(100+15g) e di risolverla correttamente. Poiché la risoluzione di questa equazione non sembra offrire particolari difficoltà, e poiché quasi la metà degli studenti non risponde, possiamo ipotizzare che il processo di rappresentazione vada ancora consolidato alla scuola secondaria di secondo grado: in particolare la direzione più utile sembra non tanto quella di *risolvere* equazioni (attività molto, forse troppo,



praticata nella scuola italiana), ma di *scrivere* equazioni, cioè di tradurre le informazioni dal linguaggio naturale al linguaggio simbolico. A peggiorare il dato si potrebbe aggiungere che semplicemente procedendo per tentativi (suggeriti anche dal grafico) si poteva trovare che la risposta giusta è g=20.

Le analisi proposte sembrano trovare conferma anche nei risultati della domanda D10 di SNV10.

D10. Con "spazio di frenata" intendiamo lo spazio che un'auto percorre dall'inizio della frenata fino a quando si ferma.

Una regola pratica per stimare lo spazio di frenata (in metri), nel caso in cui l'auto viaggi su una strada asfaltata in buone condizioni e non bagnata, è la seguente:

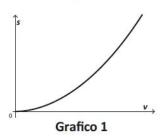
"Eleva al quadrato il valore della velocità (in km/h) dell'auto all'inizio della frenata e dividi il risultato ottenuto per 200."

a. Completa la tabella seguente, che fornisce lo spazio di frenata s (approssimato per eccesso al metro) per alcuni valori della velocità v quando la strada si trova nelle condizioni descritte sopra.

ν (km/h)	s (approssimato per eccesso al metro)
40	8
50	13
60	
70	25
80	
90	
100	50

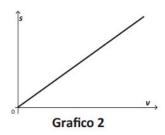


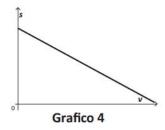
b. Quale fra i seguenti grafici può rappresentare lo spazio di frenata s al variare della velocità v?













RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde
D10a	36,1	54,3	9,0

	Α	В	С	D	Non risponde
D10	b 41,7	25,9	20,4	8,1	3,5

All'item a. risponde correttamente il 54.3% degli studenti: non è un dato soddisfacente per la scuola secondaria di secondo grado, anche perché gli studenti in SNV10 (a differenza di PN2012) potevano usare una calcolatrice. Per costruire la tabella richiesta, lo studente deve eseguire una procedura descritta a parole, cioè passare dal registro linguistico che la descrive (molto vicino al registro simbolico) a quello numerico La conversione dal registro linguistico-simbolico a quello numerico non sembra ancora sufficientemente solida, anzi, sembra regredita rispetto alla scuola secondaria di primo grado, e questo è in contrasto con il fatto che a questo livello scolare il *calcolo letterale* è già largamente praticato. Viene dunque da chiedersi, a fronte di questo risultato, quale possa essere il grado consapevolezza semantica nell'uso e nel calcolo con espressioni letterali.

Il risultato dell'item b. è invece positivo e in un certo senso rafforza questa analisi: il 41.7% degli studenti indica il grafico 1 (risposta corretta) e il 25.9% degli studenti il grafico 2, dunque complessivamente circa il 75% degli studenti è in grado di riconoscere il grafico di una funzione crescente e di associarlo ad informazioni numeriche.⁴

Questo dato positivo, già evidenziato in vari quesiti della prova SNV10 dell'anno passato, conferma che le competenze legate alla rappresentazione grafica sono sufficientemente solide: il punto debole non sembra riguardare le conversioni tra registro grafico e registro numerico bensì tra questi registri e quello simbolico. E ciò non stupisce se pensiamo a quanta parte del calcolo letterale sia ancora oggi nelle nostre scuole affrontata in termini puramente sintattici: ancora una volta spezziamo una lancia a favore degli aspetti semantici degli oggetti matematici. Come è già stato osservato da più parti, il calcolo simbolico-letterale deve diventare uno strumento di rappresentazione, di modellizzazione e di argomentazione, oltre che di calcolo.

Cambiando adesso ambito di conoscenza, come osservato nella prova SNV10 dell'anno passato, gli studenti mostrano grosse difficoltà con l'uso delle percentuali. Ne è un esempio la domanda D14 di SNV10.

_

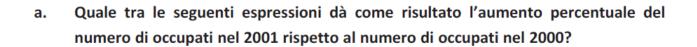
⁴ A ulteriore supporto di queste valutazioni, si confronti anche la domanda D27 di SNV10, in cui il 51.7% degli studenti indica il grafico 1 (risposta corretta) e il 24.8% il grafico 2 (risposta "quasi" corretta).



D14. La seguente tabella riporta il numero di occupati, in migliaia, in Italia in ciascuno degli anni dal 1995 al 2005.

Anni	Occupati (in migliaia)
1995	20240
1996	20326
1997	20384
1998	20591
1999	20847
2000	21210
2001	21604
2002	21913
2003	22 241
2004	22 404
2005	22 563





A.
$$\frac{21604}{21210} \times 100$$

B.
$$\frac{394}{21210} \times 100$$

C.
$$\frac{21210}{21604} \times 100$$

D.
$$\frac{394}{21604} \times 100$$

b. Di quanto sono aumentati gli occupati dal 1995 al 2005?

Risposta: migliaia

c. Qual è stato l'aumento medio annuo del numero di occupati nei dieci anni dal 1995 al 2005?

Risposta: migliaia



RISULTATI DEL CAMPIONE

	Α	В	С	D	Non risponde
D14a	29,3	20,8	23,8	18,6	7,0

	errata	corretta	Non risponde
D14b	16,1	72,0	11,4
D14c	49,0	19,1	31,0

All'item a. risponde correttamente solo il 20.8% degli studenti. Riteniamo che questo dato negativo necessiti di una presa di consapevolezza da parte degli insegnanti. Il concetto matematico che si valuta consiste nella stima numerica della variazione percentuale di una grandezza. Il calcolo di variazioni percentuali e, in generale, l'utilizzo e il calcolo di percentuali, costituiscono strumenti fondamentali per la "lettura del mondo" (prima ancora che di conoscenza scientifica) troppo importanti per l'intero edificio didattico perché non si tenti in tutti i modi possibili di renderlo disponibile e solido agli studenti. Su di esso si basano molti modelli quantitativi utilizzati da tutte le scienze empiriche; su di esso si innesta il processo di modellizzazione più utilizzato, e cioè quello funzionale, e in definitiva l'intero calcolo differenziale. Sia in un quadro di "matematica per il cittadino" sia nella prospettiva di studi avanzati, le variazioni percentuali costituiscono il primo indispensabile passo di comprensione del mutare delle grandezze.

A evidenziare ancora una volta la padronanza non soddisfacente dell'ambito numerico, in particolare alla scuola secondaria di secondo grado, segnaliamo che mentre all'item b. (si tratta di una sottrazione) risponde correttamente il 72% degli studenti, le risposte corrette all'item c (si tratta di dividere per 10 la precedente differenza) sono solo il 19.1% del totale.

Un processo critico: argomentazione

Le considerazioni precedenti suggeriscono come il processo "Argomentazione" risulti di particolare difficoltà per i nostri studenti anche perché piuttosto delicato dal punto di vista didattico. Progettare e realizzare ambienti di insegnamento – apprendimento mirati a sviluppare competenze argomentative non è semplice; al tempo stesso è fondamentale, vista l'importanza centrale che tali competenze rivestono nella formazione matematica e, più in generale, intellettuale di una persona.

Perché gli studenti incontrano forti difficoltà in attività che richiedono di attivare processi argomentativi? Le spiegazioni possono essere molteplici; nel seguito proponiamo ipotesi:

- chi argomenta deve possedere conoscenze solide sull'oggetto dell'argomentare: le conoscenze sull'argomento, ben interiorizzate, sono una premessa necessaria all'attivazione di processi argomentativi pertinenti ed efficaci;
- argomentare richiede la capacità di saper gestire, dal punto di vista logico e linguistico, i vari passi del ragionamento e la loro concatenazione;



- chi argomenta deve conoscere e possedere diversi modelli di argomentazione, che consentano esemplificazioni, giustificazioni, validazioni, dimostrazioni; deve possedere la capacità di attivare, a seconda dell'esigenza e del tipo di argomentazione, inferenze induttive, abduttive, deduttive, ma anche analogie, particolarizzazioni, generalizzazioni ...;
- se le conoscenze sull'argomento sono necessarie, esse non sono sufficienti a rendere efficace e pertinente un'argomentazione: importanti sono anche gli aspetti teleologici, ossia quelli legati alla finalità per cui si scelgono di utilizzare certe conoscenze con determinate modalità piuttosto che altre conoscenze con altre modalità. Spesso gli studenti incontrano difficoltà proprio a utilizzare le conoscenze possedute su un certo argomento, perché non hanno ben compreso o fatto proprio il fine che devono conseguire. Inoltre sono altrettanto importanti gli aspetti retorici di un'argomentazione, ossia le modalità con cui si sceglie di sostenere un'argomentazione o di condurre una spiegazione. Aspetti epistemici, teleologici e retorici⁵ sono fortemente intrecciati e tutti fondamentali in un'argomentazione efficace e pertinente.

Infine, e questo è forse il punto più delicato e cruciale, è necessario che chi argomenta abbia interiorizzato i valori culturali che caratterizzano la scelta argomentativa come via privilegiata nell'esporre le proprie ragioni, nello spiegare e chiarire il proprio punto di vista.

Soddisfare questa condizione richiede da parte dell'insegnante un lavoro lungo e sistematico, che consenta allo studente di creare, se ancora non esiste, un retroterra culturale adeguato.

Il contesto in cui mediamente si lavora in un classe di scuola secondaria di primo o di secondo grado, in cui si verifica spesso il rischio della frammentazione della cultura in materie, con difficoltà di effettiva comunicazione fra i docenti di diverse materie, con eccessiva attenzione al conseguimento di competenze tecniche, spesso con numeri elevati di studenti e ridotto numero di ore per materia, non è certo favorevole all'instaurarsi di una "cultura dell'argomentazione". La progettazione e la realizzazione di ambienti di insegnamento – apprendimento adeguati a favorire lo sviluppo di competenze argomentative richiedono la collaborazione tra docenti di diverse materie, che consenta di individuare tematiche comuni sulle quali lavorare dai diversi punti di vista delle varie discipline. Il concorso di diversi insegnanti consente quella pluralità di voci e di punti di vista su una stessa tematica che è al cuore dell'argomentazione e consente anche di sviluppare le attività secondo i tempi lunghi richiesti dalle discussioni, dal confronto e dall'analisi delle diverse opinioni.

Come esempio delle difficoltà che gli studenti incontrano nei compiti che richiedono l'attivazione di processi argomentativi, consideriamo gli item a. e b. della domanda D11 della prova SNV10.

_

⁵ Habermas distingue, in ogni discorso razionale, tre componenti: quella epistemica, legata alla conoscenza, in particolare al conoscere *perché*; quella teleologica, legata all'agire intenzionale, diretto verso fini ben determinati e consapevoli; quella retorica, legata alle forme della comunicazione, utilizzate allo scopo di farsi comprendere.



D11.

a. Osserva e completa la seguente tabella.

n	(n-1)n(n+1)
2	1 × 2 × 3
3	2 × 3 × 4
4	
5	

b. Giulia afferma: "Per ogni numero naturale n maggiore di 1, (n-1)n(n+1) è divisibile per 6". Spiega perché Giulia ha ragione.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	errata	corretta	Non risponde
D11a	5,7	85,0	8,9
D11b	32,0	19,1	47,3
D11c	34,2	20,2	44,1

L'item a. suggerisce e richiede di produrre alcuni esempi che dovrebbero consentire allo studente di effettuare esplorazioni allo scopo di indurlo a scoprire regolarità utili a rispondere efficacemente all'item b, che richiede la formulazione di una spiegazione del fatto che n(n-1)(n+1) è divisibile per 6. L'85% degli studenti risponde correttamente all'item a, cioè è in grado di completare la tabella, ma questo, a quanto pare, non comporta nessuna esplorazione o riflessione che lo possano aiutare nella risoluzione dell'item b. dove solo il 19% degli studenti risponde correttamente e ben il 47% omette la risposta. L'analisi dell'item b. permette in qualche modo di interpretare questi risultati deludenti. Le conoscenze e le competenze che gli studenti devono mettere in gioco sono diverse: innanzitutto devono riconoscere nella scrittura simbolica n(n-1)(n+1), magari aiutandosi con gli esempi prima riportati o prodotti, il prodotto di tre numeri naturali consecutivi; quindi devono ricorrere ai concetti di pari/dispari e dei multipli di un numero naturale o alle classi di resto; infine devono riconoscere che nella proposizione è presente un quantificatore universale e quindi, coinvolgendo infiniti oggetti, la sua validità può essere giustificata solo con un'argomentazione generale e la sua



falsità con almeno un controesempio. L'ultima competenza non è scontata e può essere addirittura inibita, presso gli studenti deboli, dal suggerimento di completare la tabella, ossia di produrre alcuni esempi. Alcuni studenti potrebbero ritenersi soddisfatti dalla semplice produzione di alcuni esempi, perché potrebbero confondere l'azione dello spiegare con quella di convincere: l'esibizione di alcuni esempi può infatti convincere della validità di una congettura, ma non spiega perché è vera. Quello che l'item b. richiede, invece, è proprio la spiegazione del perché il prodotto di tre numeri naturali consecutivi è divisibile per 6. Riconoscere tutto ciò richiede buone conoscenze, ma, soprattutto, condivisione della razionalità dell'edificio matematico, in particolare di che cosa vuol dire spiegare o giustificare in matematica. Però anche gli studenti che avessero ben compreso tale fatto avrebbero in realtà percorso solo alcuni passi nella strada che porta a una spiegazione corretta ed efficace. Oltre agli aspetti di conoscenza sulla divisibilità nell'insieme dei numeri naturali, sui multipli di un numero naturale, eventualmente sulle classi di resto e di che cosa voglia dire spiegare in matematica, ci sono aspetti teleologici legati a come tali conoscenze possono essere utilizzate in modo pertinente ed efficace per produrre un'argomentazione adeguata alle richieste dell'item. In questo caso lo studente dovrebbe mettere insieme il fatto che fra tre numeri naturali consecutivi ve ne è almeno uno che è pari e uno che è multiplo di 3; da ciò consegue che il loro prodotto è un multiplo di 6, qualunque sia la terna considerata. Anche quando abbiano le conoscenze adeguate, non è detto che gli studenti siano in grado di metterle insieme in modo efficace, pertinente e corretto, perché spesso non hanno ben compreso il fine di ciò che stanno facendo. Infine ci sono gli aspetti comunicativi, retorici, spesso determinanti per valutare positivamente un'argomentazione. Uno studente che, per esempio, scrivesse, come giustificazione, che tra tre numeri naturali consecutivi c'è un 2 e un 3, potrebbe anche avere capito la regolarità che porta alla conclusione che il prodotto dei tre numeri è divisibile per 6, ma la sua risposta non potrebbe essere considerata corretta. L'intreccio degli aspetti epistemici, teleologici e retorici presente in ogni processo argomentativo rende tale processo realmente ostico per gli studenti, spesso bloccati proprio per carenze negli aspetti teleologici. Prendiamo in considerazione l'item c. di questa domanda:

C.	Francesco afferma: " $n^3 - n$ è uguale a $(n-1)n(n+1)$ ". Dimostra che Francesco ha
	ragione.

Se agli studenti fosse stato chiesto di espandere n(n-1)(n+1) o di fattorizzare $n^3 - n$ la maggior parte non avrebbe incontrato alcuna difficoltà a eseguire correttamente il compito. Invece la richiesta di dimostrare l'uguaglianza fra n(n-1)(n+1) e $n^3 - n$ comporta difficoltà considerevoli, perché gli studenti non comprendono che cosa devono fare: ci sono carenze relative agli aspetti teleologici. Probabilmente è difficile per uno studente accettare o capire che una dimostrazione possa essere un calcolo; i calcoli dell'algebra, spesso fini a se stessi, difficilmente rivolti a



spiegare o a dimostrare nella prassi didattica, tendono addirittura a nascondere, per gli studenti, la dimostrazione. Lo studente non sa che cosa deve fare, da dove partire e dove arrivare; vede solo calcoli senza uno scopo, quelli che è abituato a svolgere perdendosi nella "giungla sintattica", guidato da una "bestia del calcolo" cieca e senza scopi. I risultati sembrano confermare questa analisi: 20,2% di risposte corrette e 44,1% di mancate risposte.

Di nuovo, queste considerazioni suggeriscono che la didattica debba prestare maggiore attenzione soprattutto al *che cosa* fare e al *perché* lo si fa, piuttosto che al *come* farlo.

In PN2012 troviamo un quesito simile, a scelta multipla, che riguarda lo stesso ambito (Numeri) e lo stesso processo (Argomentazione):

E5. Se α è un numero dispari, quale delle seguenti affermazioni, relative a $3(\alpha+1)$, è corretta?

- A. 3(a+1) è dispari, perché il triplo di un numero è dispari
- 3. (a+1) è dispari, perché il prodotto di due numeri dispari è dispari
- C. 3(a+1) può essere pari o dispari, perché, per esempio, $3 \times 2 = 6$ e $3 \times 5 = 15$
- D. 3(a+1) è pari, perché (a+1) è un numero pari

RISULTATI DEL CAMPIONE

Α	В	С	D	Non risponde
6,3	10,7	24,3	57,1	1,5

Il quesito è interessante perché potrebbe essere interpretato come propedeutico a quello precedente. In questo caso lo studente non deve giustificare direttamente, ma scegliere la giustificazione corretta fra quattro presentate. Si tratta di interpretare una scrittura algebrica e di richiamare i concetti di pari/dispari e di successivo. In parte sono in gioco le stesse conoscenza/competenze del quesito D11 di SNV10; la differenza fondamentale è che vengono proposte alcune giustificazioni tra le quali scegliere quella corretta. Il 57,1% degli studenti risponde correttamente (risposta corretta: D) e il 24,3% sceglie l'opzione C che è l'unica giustificazione che presenta esempi numerici, che in genere hanno una "forza argomentativa" piuttosto notevole per gli studenti. La percentuale di omissioni è molto bassa, ma questo è probabilmente dovuto alla tipologia della domanda (a scelta multipla). Se immaginiamo una continuità ideale fra il quesito E5 (PN2012) e il quesito D11 (SNV10), possiamo pensare che gli studenti prima di arrivare a formulare giustificazioni in campo matematico e poi dimostrazioni dovrebbero essere abituati a scegliere fra argomentazioni diverse già date, ed eventualmente a giustificare le proprie scelte. Nel quesito E5 il 24,3% di studenti che sceglie l'opzione C non tenendo conto dell'ipotesi iniziale (*a* numero dispari) e del fatto che il successivo (*a*+1) è pari; la catena argomentativa dovrebbe esplicitarsi nel seguente modo: *se a è dispari*,



a+1, che è il successivo di a deve essere pari, pertanto il triplo di un pari è sempre pari. Anche in questo caso, come in D11 di SNV10, è in gioco l'interpretazione del significato di scritture algebriche.

In generale in PN2012 le domande relative al processo 6 (argomentazione) che hanno creato difficoltà negli studenti sono soprattutto, come già evidenziato in precedenza, relative all'ambito Spazio e figure e sono quelle nelle quali è richiesto di produrre una giustificazione a una scelta.

Un elemento interessante di riflessione sui quesiti con richiesta di giustificazione ci pare quello delle mancate risposte, quindi la percentuale di studenti che non scrive nulla, come se non sapesse che cosa fare di fronte a una richiesta di giustificazione. Già nell'indagine OCSE- PISA 2003 questo elemento si era rivelato un importante campanello di allarme: in genere gli studenti quindicenni italiani omettevano la risposta in misura significativamente maggiore dei loro colleghi negli altri paesi afferenti a tale indagine

Nella Tabella 12 sono riportate le percentuali di omissioni agli item con richiesta di giustificazione (RG) delle prove del 2011 e del 2012 per osservare se rispetto a questo elemento si possono osservare dei cambiamenti:

Tabella 12

A.S. 2010-2011	Item	Ambito	Percentuale di omissione
PN2012			
	D3c	RF	8,3%
	D10b	RF	16,6%
	D11b	DP	11,8%
SNV10			
	D4	NU	38,9%
A.S.2011-2012			
PN2012	E3b	DP	12,6%
	E12b	SF	27,4%
	E16b	SF	42,1%
SNV10			
	D8	SF	10,3%
	D11b	NU	47,3%
	D11c	NU	44,1%
	D16	DP	32,8%
	D23b	NU	22,9%



Innanzitutto è opportuno ricordare che PN2012 è una prova interna all'esame di stato di fine primo ciclo e pertanto la motivazione a scrivere e completare la prova è molto forte, a differenza di SNV10 che in genere non è oggetto di valutazione da parte dei docenti. Nel 2011 il confronto fra PN2012 e SNV10 era impietoso: a fronte di una percentuale di omissioni fisiologica per PN2012, nell'unica domanda con richiesta di giustificazione di SNV10, più di uno studente su 3 non rispondeva. La situazione rimane preoccupante anche nel 2012: per PN2012 la percentuale di omissioni è preoccupante in un item (E16b), mentre per SNV10 a fronte di ben 5 item di questo tipo la percentuale di omissioni è piuttosto alta in quasi tutti con una punta di quasi il 50% in un item (D11b) commentato sopra. È evidente che questo è un elemento di cui tener conto nell'orientare una didattica che consenta agli studenti di attivare processi legati a questa importante competenza nella formazione matematica: innanzitutto provare a giustificare, scrivere, osare. Questo però comporta avere un rapporto di fiducia con la disciplina e con l'insegnante: per dare una spiegazione devo potermi fidare, devo credere nella possibilità di sbagliare, devo poter pensare che posso imparare dagli errori miei e dei compagni. Ne consegue dunque la necessità di creare ambienti di insegnamento-apprendimento che favoriscano lo sviluppo di competenze non solo cognitive, ma anche meta-cognitive, che permettano allo studente di modificare la sua visione della matematica. Ciò richiede anche un profondo ripensamento del ruolo svolto dall'insegnante in classe.

Quaderni SNV – N. 4/2012 MAT



BIBLIOGRAFIA

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 61(1-2), 103-131.

Habermas, J. (1998). "On the Pragmatics of Communication", edited by Maeve Cooke, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 307-342, oppure, in taliano, Habermas, J. (2001). "Verità e giustificazione", Editori Laterza

Peirce, C. S. (1932) Collected Papers of Charles Sanders Peirce, edited by C. Hartshorne & P. Weiss. Cambridge, Ma: Harvard University Press

Quaderni SNV - N. 4/2012 MAT