

PARTE I – CAPITOLO 1

Le prove INVALSI CBT

Ha curato e redatto il seguente capitolo Stefania Pozio – INVALSI

Sommario

1.2	LE PROVE DI MATEMATICA	3
1.2.1	Introduzione.....	3
1.2.2	Che cosa misurano le prove di matematica	3
1.2.3	Come è strutturata la prova.....	5
1.2.4	Dalle domande cartacee alle domande CBT.....	7
1.2.5	La correzione centralizzata delle prove	8
1.2.6	La descrizione dei livelli.....	11
1.2.7	I livelli delle prove di matematica	15
	RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	20

1.2 LE PROVE DI MATEMATICA

1.2.1 Introduzione

A partire dall'anno scolastico 2017/2018, le prove di matematica per la terza classe della scuola secondaria di I grado (da ora in poi grado 8) e per la seconda classe della scuola secondaria di II grado (da ora in poi grado 10) sono passate dal formato cartaceo al formato elettronico, il cosiddetto CBT (Computer Based Test). Questo passaggio nella modalità di somministrazione non ha implicato solo il cambiamento del mezzo attraverso il quale la prova veniva somministrata, ma ha portato a un cambiamento profondo sia nella modalità della costruzione dei quesiti sia nella tipologia dei quesiti stessi (oltre ai formati classici tipo a scelta multipla o a risposta aperta, è stato possibile inserire anche altri formati di risposta, tipo con menu a tendina), sia, soprattutto, nella modalità di restituzione degli esiti. Infatti, con il CBT si parla di livello di competenza raggiunto dagli studenti. Quest'ultima è davvero una novità importante che costituisce il vero valore aggiunto della modalità CBT, come verrà qui di seguito messo in luce.

1.2.2 Che cosa misurano le prove di matematica

Le prove INVALSI di matematica hanno lo scopo di accertare le competenze matematiche raggiunte dagli studenti italiani coerentemente con quanto previsto dalle Indicazioni Nazionali di ogni grado scolastico e dalle Linee Guida. Come sottolineato nel Quadro di Riferimento INVALSI per la matematica, nella valutazione dei processi di insegnamento-apprendimento per ogni grado scolastico è necessario tener conto di due aspetti, strettamente legati tra loro, che sono più o meno esplicitamente richiamati nelle Indicazioni:

- uno rivolto alla modellizzazione e alle applicazioni per leggere, interpretare la realtà e risolvere problemi della vita di tutti i giorni;
- l'altro rivolto allo sviluppo interno, alla riflessione e alle speculazioni sugli stessi prodotti culturali dell'attività matematica.

Inoltre, nei vari gradi scolari compare il suggerimento di far riferimento a campi di esperienza degli studenti per dare significato agli oggetti matematici.

La valutazione delle conoscenze nell'ambito della Matematica parte quindi sia dall'adesione ai curricoli nazionali, sia dall'esplicitazione delle peculiarità della Matematica come disciplina, qui intesa come conoscenza concettuale che deriva dall'interiorizzazione dell'esperienza e dalla

riflessione critica. Ciò implica inevitabilmente meno attenzione all'addestramento meccanico e all'apprendimento mnemonico e considerazione dei processi di razionalizzazione della realtà, fino ad arrivare nel II ciclo di istruzione all'acquisizione della capacità nell'usare modelli matematici di pensiero e di rappresentazione grafica e simbolica. In questo quadro epistemologico, quindi, risulta fondamentale la formalizzazione matematica, intesa come la capacità di esprimere e usare il pensiero matematico. Gli aspetti esecutivi, pertanto, non possono essere considerati fini a se stessi, ma in considerazione della loro capacità di essere usati in diversi contesti in maniera autonoma.

I riferimenti normativi di cui si tiene conto nel processo di costruzione delle prove di matematica sono diversi per il I e il II ciclo di istruzione.

Per il I ciclo si fa riferimento alle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione del 2012 e alle Indicazioni nazionali e Nuovi Scenari del 2018.

Per il II ciclo si fa riferimento alle Indicazioni Nazionali per il sistema dei licei e alle Linee Guida per gli Istituti tecnici e professionali.

La valutazione della Matematica nelle prove INVALSI si articola secondo due diversi aspetti¹:

1. Ambiti di contenuto
2. Dimensioni.

Gli ambiti di contenuto delle prove INVALSI sono quattro:

1. Numeri
2. Spazio e figure
3. Relazioni e funzioni
4. Dati e previsioni

Le Dimensioni rappresentano possibili processi messi in atto per rispondere alle domande e costituiscono un possibile raggruppamento dei Traguardi per lo sviluppo delle competenze. Tale raggruppamento deriva da esigenze connesse con l'analisi statistica degli esiti delle Prove INVALSI e con la necessità didattica di considerare un ulteriore aspetto, trasversale ai contenuti di classificazione delle domande. Inoltre deriva dall'esigenza di orientare nelle scuole la lettura dei

¹ Per una descrizione più dettagliata si rimanda al Quadro di Riferimento per la matematica pubblicato sul sito dell'INVALSI https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf

risultati delle Prove in accordo con le Indicazioni Nazionali, in particolare con i Traguardi per lo sviluppo delle competenze riportati nel Quadro di riferimento. Ogni quesito viene quindi collegato a un Traguardo per lo sviluppo delle competenze e ogni Traguardo a una delle Dimensioni.

Le Dimensioni sono tre:

1. Conoscere
2. Risolvere problemi
3. Argomentare

In un'ottica di continuità e verticalità dei curricoli, gli ambiti e le dimensioni sono gli stessi dalla classe II primaria alla classe V secondaria di secondo grado. Le prove, quindi, si sviluppano seguendo un criterio di progressiva complessità dei contenuti matematici e dei processi cognitivi, in relazione al livello scolastico.

1.2.3 Come è strutturata la prova

A partire dall'anno scolastico 2017/2018, le rilevazioni INVALSI hanno subito un profondo cambiamento. Infatti, mentre per la scuola primaria, le prove di matematica hanno continuato a essere prove svolte nella modalità carta e penna (*Paper and Pencil*), per la scuola secondaria di primo e di secondo grado, le prove sono passate dalla modalità P&P alla modalità CBT (*Computer Based test*) e ciò ha comportato un cambiamento dell'impianto delle prove che da lineari (cioè formate dalle stesse domande per tutti gli studenti) sono diventate non più lineari in quanto composte da un certo numero di quesiti differenti provenienti da un'unica banca di domande (De Simoni M. et al, 2019). Ovviamente, ogni prova formata in questo modo deve condividere con le altre approssimativamente lo stesso livello di difficoltà e le stesse caratteristiche di contenuti e di tipologia di quesiti.

Un'altra importante novità, che ha riguardato però solo la prova per la terza classe della scuola secondaria di I grado, è stata l'eliminazione della stessa dall'esame di stato e il passaggio a requisito necessario per l'ammissione all'esame.

Le prove di matematica delle Rilevazioni Nazionali dell'INVALSI, nella versione CBT, sono costituite da forme comprendenti domande che provengono dalla banca costruita per lo specifico grado scolastico. Il numero complessivo di domande può variare da un grado all'altro. Ogni domanda è costruita con un preciso scopo (*question intent*) che definisce in modo specifico, anche in termini di

conoscenze, che cosa si vuole principalmente valutare con quella domanda. Ogni domanda è inoltre esplicitamente collegata a un Traguardo di competenza tra quelli indicati nelle Indicazioni Nazionali o nel QdR dell'INVALSI. Infatti, per quanto riguarda la scuola secondaria di II grado, poiché i traguardi di competenza non sono presenti nei documenti ufficiali del MIUR come accade per la scuola secondaria di I grado, essi sono stati esplicitati direttamente dal gruppo di coordinamento delle prove di matematica in diretta continuità con i Traguardi della fine del primo ciclo.

Tutte le diverse forme condividono delle caratteristiche comuni: ciascuna di esse ha lo stesso numero di domande, un equilibrio nel numero di domande appartenenti ai diversi ambiti, alle diverse dimensioni e anche ai diversi formati. Cioè in ogni forma c'è più o meno lo stesso numero di domande dell'ambito Numeri o Spazio e figure o Dati e previsioni o Relazioni e funzioni. Per quanto riguarda le dimensioni, il maggior numero di quesiti appartiene alla dimensione Conoscere, seguito dalla dimensione Risolvere problemi e infine dalla dimensione Argomentare. Anche per quanto riguarda il formato delle domande, il numero varia: le domande a scelta multipla sono le più numerose, quelle a risposta aperta articolata sono in numero più esiguo.

Le prove di matematica sono costituite da quesiti di diversi formati: a risposta chiusa, a risposta aperta univoca, a risposta aperta articolata, cloze, associazione. Questi formati possono poi presentarsi, nel caso delle prove CBT, attraverso diverse forme di interazione con lo strumento di somministrazione. Il primo formato consiste in quesiti a scelta multipla che presentano quattro opzioni di risposta, una sola delle quali è corretta e quesiti a scelta multipla complessa che richiedono la determinazione del valore di verità di alcune proposizioni. I quesiti a “risposta aperta univoca” sono domande che richiedono, per esempio, il risultato di un calcolo algebrico o numerico. I quesiti a “risposta aperta articolata” possono richiedere semplici argomentazioni, giustificazioni, sequenze di calcoli. Per questi quesiti viene fornita una griglia di correzione articolata, costruita anche in base alle risposte ottenute nel pretest. La griglia di correzione, in casi specifici e complessi, prevede un *range* di risposte corrette, da quella che corrisponde esattamente e precisamente alla richiesta, a quella che può essere considerata accettabile in quanto, pur non essendo del tutto precisa, si evince che lo studente ha risposto adeguatamente, considerando lo specifico scopo della domanda. I quesiti di tipo “cloze” richiedono il completamento di frasi, calcoli o espressioni mediante l'utilizzo di elementi forniti nel testo. I quesiti di tipo “associazione” richiedono di individuare la corrispondenza corretta fra elementi di due insiemi dati.

Nella tabella che segue sono riportati i tempi di somministrazione della prova per i diversi gradi coinvolti. È importante sottolineare che, come per tutte le prove INVALSI comprese quelle cartacee, sebbene ciascuna prova preveda un limite di tempo, essa non può essere considerata una prova a tempo in quanto, come verificato in fase di pre-test, i minuti previsti per ogni grado sono sufficienti perché gli studenti terminino la prova con assoluta tranquillità entro i limiti temporali proposti.

Grado	Tempo di somministrazione fascicoli cartacei	Tempo di somministrazione CBT
2	45 minuti	
5	75 minuti	
8	75 minuti (a.s. 2016/2017)	90 minuti (dal 2018)
10	90 minuti (a.s. 2016/2017)	90 minuti (dal 2018)
13		120 minuti (dal 2019)

1.2.4 Dalle domande cartacee alle domande CBT

Il passaggio al CBT ha comportato una serie di trasformazioni delle domande prima pensate e costruite per una prova cartacea, ora per una prova CBT, cioè una prova che deve essere letta su schermo. In questo processo di trasformazione delle singole domande, qualcosa si è perso, qualcosa si è guadagnato. Ad esempio, grazie al CBT, tutte le domande costituite da più quesiti mantengono lo stimolo della domanda fisso sulla sinistra dello schermo, mentre i diversi quesiti si susseguono sulla destra. In tal modo lo studente ha sempre presenti gli elementi necessari per rispondere e non deve andare avanti e indietro tra le pagine del fascicolo come accadeva nella versione cartacea. Inoltre tutti i grafici e le figure possono essere a colori e questo permette una maggiore chiarezza e visibilità per la loro lettura e interpretazione. Nello stesso tempo, però, per il momento, non è possibile inserire quesiti che richiedono allo studente di disegnare una figura o di contrassegnare un determinato elemento.

Un'altra novità riguarda la presenza della calcolatrice all'interno della piattaforma che eroga le prove. Prima del passaggio al CBT, l'utilizzo della calcolatrice era permesso nel grado 10 mentre nel grado 8 era a discrezione della commissione d'esame. Attualmente tutti gli studenti di grado 8 possono utilizzarla avendone accesso diretto.

1.2.5 La correzione centralizzata delle prove

Con il passaggio al CBT si è resa necessaria la correzione centralizzata delle risposte degli studenti; ciò vuol dire che il processo di correzione non è più svolto dai docenti delle singole classi coinvolte nella rilevazione, bensì è a carico dell'INVALSI. È ovvio che il processo di correzione è diverso a seconda che si tratti di domande a scelta multipla (semplice o complessa), quindi a risposta chiusa, oppure di domande a risposta aperta, univoca o articolata. La percentuale di domande appartenenti a uno o all'altro tipo (rispettivamente chiuse o aperte) varia a seconda del grado a cui la prova viene somministrata, ma generalmente si aggira intorno al 50%. Nella rilevazione del grado 8 del 2018, il numero totale di domande presenti nella banca era di 206.

Ogni risposta a una domanda “chiusa” viene confrontata, attraverso un processo automatizzato, con la chiave di risposta e, se c'è concordanza, la risposta viene data corretta, altrimenti no. Per le domande “aperte”, c'è un controllo puntuale perché le risposte a tali domande non sono valutabili come corrette o errate senza una lettura attenta di ciascuna di esse. Per tale motivo, le risposte vengono corrette da esperti INVALSI e da docenti di matematica sulla base di griglie di correzione messe a punto dopo che ogni domanda ha superato il pretest.

Per quanto riguarda le risposte univoche, cioè quelle che prevedono come risposta, ad esempio, un solo numero o una sola parola (tipo 15,6 oppure aprile), non è possibile prevedere una correzione automatica, come per le risposte chiuse. Il motivo è dovuto al fatto che le modalità con cui uno studente può scrivere un numero (o una parola) sono moltissime e bisogna essere certi di non perdersi nessuna risposta corretta. Ad esempio, il numero 15,6 può essere scritto anche 15.6 oppure 15'6, oppure a parole. Ogni risposta va controllata in modo da essere certi di prendere in considerazione tutte le possibili modalità di risposta corretta. In tal modo si evita che alcune risposte corrette siano classificate come errate semplicemente perché scritte con una modalità non prevista.

Per quanto riguarda le risposte aperte articolate, il processo di correzione è ancora più complesso. Infatti, alcuni studenti possono fornire risposte che soddisfano tutti i requisiti della domanda, ma in alcuni casi possono presentarsi, all'interno della stessa risposta, informazioni superflue non direttamente collegate alla domanda. In questo caso, è importante valutare che la parte superflua non entri in contraddizione con il resto della risposta per essere certi che lo studente abbia compreso il compito. Insomma, quello che si cerca di fare nel processo di correzione è verificare che lo scopo della domanda sia stato effettivamente centrato dallo studente.

La precisione e l'affidabilità del processo di correzione sono componenti essenziali del controllo di qualità e sono necessarie per garantire la validità dei dati rilevati.

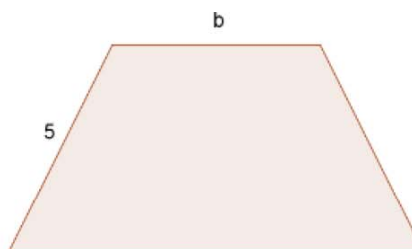
Per illustrare le problematiche che possono emergere durante la correzione delle prove, viene ora riportato qui di seguito un esempio di correzione di una domanda somministrata nell'anno 2018 agli studenti di grado 8. Tale esempio è presente nella descrizione dei livelli analitici come esemplificativo del livello 5 di competenza nell'ambito Spazio e figure.

La domanda (Figura 1) richiede allo studente di scrivere la formula che esprime il perimetro del trapezio isoscele in funzione della base minore (b). La risposta corretta ($p = 3b + 10$ o equivalenti) poteva essere fornita in diverse versioni: da quella in cui lo studente non effettua nessuna manipolazione algebrica e scrive la formula come somma di ogni singolo lato (ad esempio $p = 5 + 5 + b + b + b$ oppure $p = b + 2b + 5 \times 2$) a quella in cui utilizza una scrittura più sintetica $p = 3b + 10$.

Nella tabella 1 sono riportate 35 diverse modalità di risposte corrette ritrovate nel file di scarico delle risposte. Come si può vedere, la stessa risposta può essere scritta dallo studente in molti modi diversi e anche se le risposte sembrano molto simili tra loro, in realtà ognuna differisce dall'altra per un particolare. Ci sono gli studenti che per il segno della moltiplicazione scelgono "x" e quelli che scelgono "*", oppure ci sono gli studenti che invece di utilizzare il simbolo "b", scrivono "B" e così via. Quindi è chiaro che in fase di correzione è necessario tenere in considerazione tutte le modalità corrette di risposta per non penalizzare lo studente. È necessario dunque il lavoro di correttori specializzati che vadano a controllare che tra le risposte che vengono automaticamente classificate come errate non ve ne siano di corrette. L'individuazione di altre modalità di scrittura della risposta corretta permette di allargare i *range* di risposte corrette in modo tale da essere in grado di individuarle tutte.

Domanda

Nel trapezio isoscele in figura la base maggiore è doppia della minore.



Scrivi una formula che esprima il perimetro p del trapezio in funzione di b .

Digita la risposta alla domanda.

Risposta: $p =$

Figura 1

$(3xb)+5x2$	$(3xb)+(5x2)$	$(5*2) + (b* 3)$	$(5*2)+(b*3)$	$(5*2)+ b*3$
$(5*2)+(3b)$	$(5x2)+(bx3)$	$(3*b) + (5*2)$	$(3*b)+(2*5)$	$(b*3) + (5*2)$
$(5*2)+(bx3)$	$(5*2)+(b+2b)$	$(2*5) + b + (b*2)$	$(5 x 2) + (b x 2) + b$	$(5 x 2) + b + (b x 2)$
$(5*2)+(B*2)+B$	$(5*2)+(b*2)+b$	$(5 x 2) + b + 2b$	$(B+B*2)+5*2$	$(2b+b)+(5+5)$
$(2*b)+b+5+5$	$(5*2) + b + (b*2)$	$(2b+b)+5*2$	$(2*5)+(b*2)+b$	$(5 * 2) +(2b+b)$
$(5*2) +b+(b*2)$	$(2*5)+b+(2*b)$	$(2b+b)+(5+5)$	$(2xb) +5+b+5$	$(2 x 5)+(2 x b)+b$
$(2*5)+(2*b)+b$	$(5 X 2) + (b X 2) + b$	$(5 * 2) + b + 2b$	$(2b)+B+(5x2)$	$(5 x 2) + b +(b x 2)$

Tabella 1: diverse modalità di scrittura della risposta corretta.

1.2.6 La descrizione dei livelli

Il decreto legislativo 62/2017 prevede che al termine del I ciclo di istruzione venga rilasciata ad ogni studente di grado 8 la certificazione delle competenze con “indicazione, in forma descrittiva, del livello raggiunto nelle prove a carattere nazionale”. La descrizione dei livelli è stata effettuata con due diverse modalità: in forma sintetica (livelli sintetici) e in forma analitica (livelli analitici).

Pertanto il processo che ha portato alla descrizione dei livelli è stato molto lungo, si è svolto in diverse fasi sia per il grado 8 sia per il grado 10. Innanzitutto, durante la costruzione della banca di domande, si è posta molta attenzione alla loro caratterizzazione, cioè ad ogni domanda è stato associato uno scopo principale, che permetteva di focalizzare meglio ciò che la domanda andava a misurare. È molto importante, durante la costruzione di una domanda, avere ben chiaro lo scopo per cui questa domanda viene costruita. Ad esempio, se si vuole che lo studente calcoli una misura e che fornisca il risultato con un numero approssimato, si può verificare il caso che lo studente fornisca il risultato corretto, ma senza l'approssimazione richiesta. Quindi, se lo scopo prevalente della domanda è il calcolo della misura, anche se lo studente non approssima il risultato, la risposta viene considerata corretta, invece se lo scopo della domanda è anche l'approssimazione, la risposta sarà considerata corretta solo se il risultato corretto è anche approssimato nel modo richiesto.

L'identificazione puntuale dello scopo della domanda permette, nel caso delle domande a risposta aperta (univoca o articolata), di predisporre una relativa griglia di correzione in linea con quello che la domanda richiede.

Oltre allo scopo, a ogni domanda è associata una parola chiave relativa al contenuto della domanda stessa. Ad esempio, nel caso della domanda sulla misura della circonferenza, la parola chiave sarà Circonferenza-cerchio. Le parole chiave servono a identificare le domande che hanno lo stesso contenuto perché nelle diverse forme non dovrebbero essere presenti stessi contenuti.

Ogni domanda è poi associata a un macrodescrittore, specifico per l'area di contenuto a cui la domanda appartiene e desunto dalle Indicazioni Nazionali e Linee Guida. A ogni macrodescrittore appartengono alcuni degli obiettivi di apprendimento così come appaiono nelle Indicazioni Nazionali o nelle Linee Guida. Anche i macrodescrittori concorrono alla descrizione dei livelli.

I MACRODESCRITTORI per il grado 8

- I. Operazioni, ordinamenti e confronti tra numeri
- II. Rappresentazioni diverse dei numeri
- III. Stime di grandezze, numeri e risultati di operazioni
- IV. Proporzionalità (proporzioni, rapporti, percentuali, scale,..)
- V. Proprietà dei sistemi numerici
- VI. Formule e espressioni algebriche
- VII. Grafici di funzioni
- VIII. Caratteristiche e proprietà delle figure piane
- IX. Perimetro e area di figure piane
- X. Misure, strumenti di misura e strumenti di disegno
- XI. Figure solide: rappresentazione e misure di superficie e di volume
- XII. Trasformazioni geometriche
- XIII. Variabilità e valori medi
- XIV. Probabilità e incertezza
- XV. Rappresentazione e interpretazione di dati

I MACRODESCRITTORI per il grado 10

- I. Percentuali e variazioni percentuali
- II. Stime numeriche e ordini di grandezza
- III. Proprietà delle potenze
- IV. Espressioni
- V. Operazioni fra numeri reali per risolvere problemi
- VI. Divisibilità di polinomi
- VII. Proprietà dei numeri o dei sistemi numerici
- VIII. Ordinamenti e rappresentazioni di numeri reali
- IX. Proporzionalità
- X. Formule
- XI. Problemi di scelta
- XII. Funzioni pre-analisi
- XIII. Funzioni determinare output o determinare input
- XIV. Funzioni associare
- XV. Funzioni appartenenza
- XVI. Grafici posizione-tempo
- XVII. Pendenza
- XVIII. Equazioni e disequazioni
- XIX. Trasformazioni geometriche
- XX. Probabilità
- XXI. Statistica lettura dati
- XXII. Statistica indici
- XXIII. Proprietà delle figure
- XXIV. Teorema di Pitagora

Prendiamo come esempio il macrodescrittore **“Operazioni, ordinamenti e confronti tra numeri”** appartenente all’area di contenuti Numeri del grado 8. Come si vede nella tabella sottostante, a questo macrodescrittore sono associati diversi obiettivi di apprendimento, tutti relativi a ciò che il macrodescrittore riassume. Le domande che appartengono a questo macrodescrittore non hanno tutte lo stesso livello di difficoltà, ma si distribuiscono lungo tutta la scala delle abilità, dal livello 1 al livello 5. Non accade questo, però, per tutti i macrodescrittori. Infatti per alcuni di essi, ad esempio per il macrodescrittore **“grafici di funzione”**, sempre del grado 8, non sono ancora presenti nella banca domande di livello 1, cioè molto facili, né domande di livello 5, cioè molto difficili. Quindi, per questo macrodescrittore, in particolare, si potranno descrivere i livelli dal 2 al 4.

È evidente che le descrizioni dei diversi livelli non contengono tutti i macrodescrittori, ma solo alcuni di essi e questo accade per diversi macrodescrittori, sia per il grado 8, sia per il grado 10.

MACRODESCRITTORE	LIVELLO	LIVELLO ANALITICO
<p>I. Operazioni, ordinamenti e confronti tra numeri</p> <ul style="list-style-type: none"> - Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo e valutando quale strumento può essere più opportuno. - Utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato, e le proprietà delle potenze per semplificare calcoli e notazioni. - Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato. - Sapere che non si può trovare una frazione o un numero decimale che elevato al quadrato dà 2, o altri numeri interi. - Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta. - Descrivere con un'espressione numerica la sequenza di operazioni che fornisce la soluzione di un problema. - Eseguire semplici espressioni di calcolo con numeri conosciuti, essendo consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni. 	1	L'allievo/a conosce il sistema dei numeri naturali e opera in esso. Conosce la scrittura dei numeri decimali, esegue calcoli e opera confronti fra semplici numeri decimali.
	2	L'allievo/a conosce semplici proprietà dei numeri decimali, per esempio è in grado di calcolare un risultato tenendo conto della priorità delle operazioni. Utilizza correttamente la calcolatrice per svolgere calcoli fra numeri decimali e risolve problemi diretti anche in contesti reali.
	3	L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro due o più conoscenze fondamentali relative a operazioni, ordinamenti tra numeri razionali e rappresentazioni di oggetti matematici. Per esempio, utilizza nel calcolo il passaggio dalla frazione alla rappresentazione decimale oppure si muove sulla retta dei numeri anche utilizzando frazioni dell'unità di misura.
	4	L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro più conoscenze fondamentali le cui relazioni sono fornite in modo implicito o ricavate da una rappresentazione. Per esempio, individua il rapporto fra due numeri razionali rappresentati sulla retta dei numeri.
	5	L'allievo/a padroneggia significati e proprietà dei contenuti, con i quali riesce a operare inferenze e collegamenti integrando fra loro i diversi aspetti. Per esempio, individua una relazione rappresentata sulla retta dei numeri e ne riconosce la scrittura corrispondente.

1.2.7 I livelli delle prove di matematica

I livelli di competenza delle prove di matematica sono stati descritti prima di tutto analiticamente. Sulla base delle domande presenti in ogni livello (da 1 a 5) si è proceduto alla descrizione della tipologia di compito che lo studente deve affrontare per ogni ambito di contenuto che caratterizza le prove INVALSI.

Descritti i livelli analitici, sia per il grado 8 sia per il grado 10, sono stati estrapolati i tratti essenziali che li caratterizzano nei diversi ambiti di contenuto per i quali essi sono esplicitati per arrivare alla messa a punto dei livelli sintetici di competenza INVALSI che per il grado 8 vengono restituiti al singolo studente nel certificato delle competenze.

Infatti una volta che è chiaro quali sono i tipi di domande a cui uno studente è in grado di rispondere in ciascun ambito di contenuto, si è di fronte a un panorama abbastanza preciso su cosa uno studente, di un determinato livello di abilità, sia in grado di fare. Ciò permette quindi di descrivere, in modo più generale e trasversale ai diversi ambiti di contenuto, i tratti caratteristici dei diversi livelli di abilità prescindendo quindi dagli ambiti stessi o dalle caratteristiche puntuali delle domande.

3	L'allievo/a utilizza le abilità di base acquisite nella scuola secondaria di primo grado e collega tra loro le conoscenze fondamentali. Risponde a domande che richiedono semplici ragionamenti a partire dalle informazioni e dai dati o che richiedono il controllo dei diversi passaggi risolutivi e del risultato. Risolve problemi in contesti abituali o che presentano alcuni elementi di novità, per esempio nella rappresentazione delle informazioni. Riconosce rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico (ad esempio numeri decimali e frazioni).
---	--

Esempio di livello INVALSI per la certificazione della competenza matematica

Il processo per costruire i livelli analitici è alquanto articolato. Innanzitutto i livelli analitici sono diversi per i quattro ambiti di contenuto. Per la formulazione e la messa a punto di tali livelli, sia per il grado 8 sia per il grado 10, si è partiti dall'analisi delle domande appartenenti a ogni livello di difficoltà, suddivise per ambito di contenuto e per macrodescrittori. Grazie alla descrizione precisa dello scopo della domanda, all'appartenenza della domanda stessa a un determinato macrodescrittore e quindi a un obiettivo di apprendimento, è stato possibile identificare con precisione quello che lo studente che aveva risposto correttamente a quella domanda era in grado di fare.

Vengono qui di seguito riportati alcuni esempi, relativi al grado 8, del modo in cui si è proceduto nella costruzione dei livelli analitici. Procedure del tutto analoghe sono state effettuate per il grado 10.

Le domande che seguono appartengono tutte al macrodescrittore: operazioni e ordinamenti fra numeri e riguardano operazioni e ordinamenti tra numeri, razionali e non. Esse fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo di istruzione: “Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni”; afferiscono alla dimensione Conoscere del Quadro di riferimento delle Prove Invalsi di Matematica.

La prima di queste domande (Figura 2) è di livello 1. Appartiene all’ambito Numeri; lo scopo della domanda è “Calcolare la metà di un numero decimale”; la parola chiave è “Misure (tempo, equivalenze)”. In questa domanda il numero decimale è utilizzato per esprimere una misura. L’allievo/a deve riconoscerlo come tale; per rispondere è sufficiente eseguire la divisione di un numero decimale per 2, ma in realtà, per come sono forniti i dati, non richiede abilità che vadano al di là della divisione fra numeri naturali. Il fatto che uno studente sia stato in grado di rispondere correttamente a questa domanda, e ad altre simili appartenenti sempre a questo livello di difficoltà, vuol dire che “L’allievo/a conosce il sistema dei numeri naturali e opera in esso. Conosce la scrittura dei numeri decimali, esegue calcoli e opera confronti fra semplici numeri decimali” (Livello analitico 1, ambito Numeri).

Domanda

Nella borraccia di Michele, piena per metà, ci sono 0,6 litri di acqua.

Michele beve la metà dell’acqua contenuta nella borraccia. Quanta acqua rimane?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A 0,03 litri

B 0,3 litri

C $\frac{1}{2}$ litro

D 1,2 litri

Figura 2 – Esempio di domanda di livello 1

La seconda domanda (Figura 3) è di livello 2. Lo scopo di questa domanda è “Utilizzare le priorità delle operazioni per un calcolo usando la calcolatrice”, la parola chiave Operazioni in N e Q. In questa domanda sono coinvolti i numeri decimali, come nella domanda di Livello 1, ma anche le priorità delle

operazioni. L'allievo/a per rispondere alla domanda deve utilizzare la calcolatrice eseguendo le operazioni nel giusto ordine. La domanda si situa al livello analitico 2, per l'ambito Numeri, sempre per questo macrodescrittore, che recita: "L'allievo/a conosce semplici proprietà dei numeri decimali, per esempio è in grado di calcolare un risultato tenendo conto della priorità delle operazioni. Utilizza correttamente la calcolatrice per svolgere calcoli fra numeri decimali". (Livello analitico 2, ambito Numeri).

Domanda

Usa la calcolatrice per calcolare $\frac{43,2 \times (5,8 + 7,3)}{4,9 + 0,5}$.

Digita il risultato.

Risultato:

Figura 3 – Esempio di domanda di livello 2

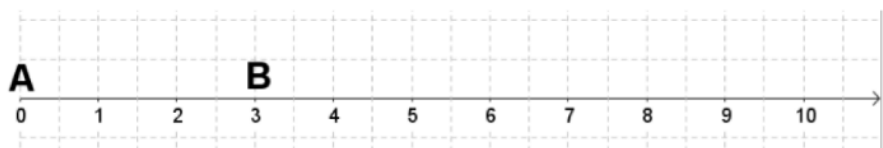
Per il livello di difficoltà 3 viene proposta come esempio la domanda in Figura 4. Sempre appartenente allo stesso macro descrittore, il suo scopo è "Muoversi sulla retta numerica di quantità non intere". La parola chiave associata è Retta dei numeri. In questa domanda l'allievo/a deve utilizzare la conoscenza delle frazioni $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ per interpretarle come "passi" sulla retta dei numeri (dove l'unità corrisponde a due quadretti). Per tale motivo, nella descrizione analitica di questo livello, sempre nell'ambito Numeri, si legge "L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro due o più conoscenze fondamentali relative a operazioni, ordinamenti tra numeri razionali e rappresentazioni di oggetti matematici. Per esempio, (...) si muove sulla retta dei numeri anche utilizzando frazioni dell'unità di misura". (Livello analitico 3, ambito Numeri).

Domanda

Antonio e Bruno camminano contemporaneamente lungo la linea dei numeri.

Antonio (A) parte da 0 e procede verso destra di $\frac{1}{2}$ a ogni passo.

Bruno (B) parte da 3 e procede verso destra di $\frac{1}{4}$ a ogni passo.



A quale numero corrisponde il punto in cui Antonio e Bruno si incontrano?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A 2

B 3

C 6

D 8

Figura 4 – Esempio di domanda di livello 3

All'interno di questo macrodescrittore, le domande che hanno permesso di descrivere i livelli 4 e 5 sono ovviamente di difficoltà sempre crescente e le abilità e le competenze che lo studente deve mettere in gioco per poter rispondere in modo corretto sono sempre più complesse.

Nel livello 4, troviamo la domanda illustrata nella figura 5. La parola chiave che la contraddistingue è la stessa del livello precedente (Retta dei numeri), ma lo scopo della domanda è “Ricavare il valore di un punto sulla retta dei numeri a partire dalla posizione del suo doppio rappresentato da un numero non intero”. Rispetto alla domanda precedente, sono coinvolte conoscenze analoghe ma il processo è inverso; inoltre sono presenti calcoli con le frazioni. A partire dalla rappresentazione sulla retta dei numeri, l'allievo/a deve riconoscere l'operazione corrispondente e determinarne il risultato: infatti potrebbe tradurre la rappresentazione sulla retta dei numeri in termini di “qual è la metà di $\frac{3}{5}$?”

Per questo livello, la descrizione analitica è quindi “L'allievo/a è in grado di collegare e integrare fra loro più conoscenze fondamentali le cui relazioni sono fornite in modo implicito o ricavate da una rappresentazione. Per esempio, individua il rapporto fra due numeri razionali rappresentati sulla retta dei numeri”. (Livello analitico 4, ambito Numeri).

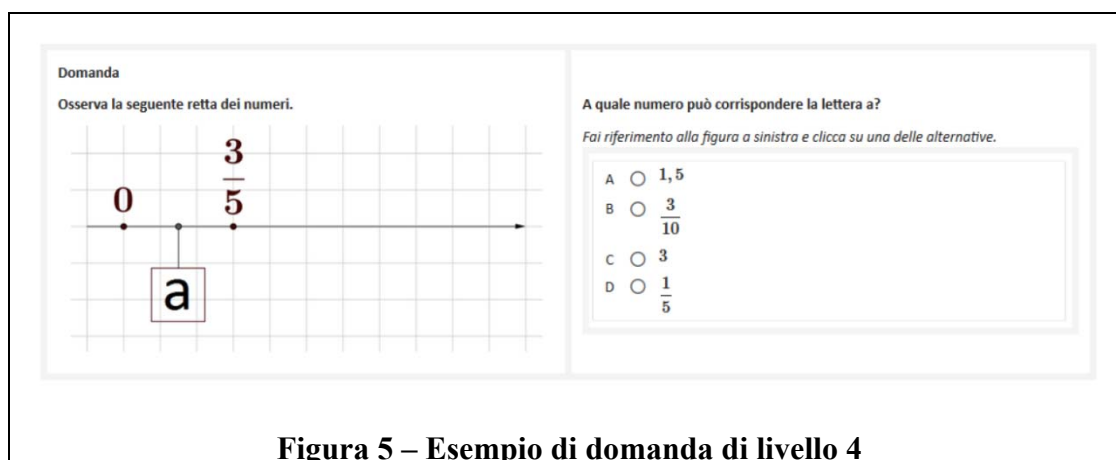
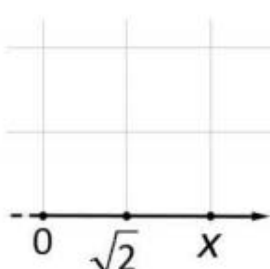


Figura 5 – Esempio di domanda di livello 4

Anche per la domanda di livello 5 (Figura 6), la parola chiave è Retta dei numeri, ma lo scopo della domanda è “Riconoscere il valore corrispondente al doppio di una radice a partire dalla linea dei numeri”. Anche in questa domanda sono presenti la retta dei numeri e le relazioni tra numeri su di essa rappresentati. Tuttavia sono coinvolti anche numeri non razionali ($\sqrt{2}$), la loro rappresentazione simbolica e le proprietà elementari del calcolo simbolico. L’allievo/a dalla rappresentazione sulla retta deve individuare la relazione tra i numeri (“x è il doppio di $\sqrt{2}$) e riconoscere la scrittura simbolica corrispondente ($2\sqrt{2}$). A questa domanda presente nel livello 5 rispondono studenti con un livello di abilità alto cioè, in particolare, uno studente che “padroneggia significati e proprietà dei contenuti, con i quali riesce a operare inferenze e collegamenti integrando fra loro i diversi aspetti. Per esempio, individua una relazione rappresentata sulla retta dei numeri e ne riconosce la scrittura corrispondente”. (Livello analitico 5, ambito Numeri).

Domanda
 Osserva la seguente retta dei numeri.



Quanto vale x ?
 Per rispondere clicca su una delle alternative.

A $x = 2\sqrt{2}$
 B $x = 2\sqrt{3}$
 C $x = \sqrt{4}$
 D $x = \sqrt{2} + 1$

Figura 6 – Esempio di domanda di livello 5

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

De Simone M., et al. (2019)

https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Parte_I_capitolo_2_aspetti_metodologici_CBT_2018.pdf

INVALSI – Quadro di riferimento delle prove INVALSI di matematica (2018)

https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf

MIUR (2012), Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, Roma.

<http://www.indicazioninazionali.it/2018/08/26/indicazioni-2012/>