



ISTITUTO NAZIONALE PER LA VALUTAZIONE
DEL SISTEMA EDUCATIVO DI ISTRUZIONE E DI FORMAZIONE

Servizio Nazionale di Valutazione

GUIDA ALLA LETTURA PROVA DI MATEMATICA

Classe quinta – Scuola primaria

Anno scolastico 2025/2026



Principali caratteristiche della Prova del Grado 5

Tab. 1 Distribuzione dei quesiti secondo gli AMBITI

Ambito	Numero di domande	Numero di Item ¹
Numeri	11	12
Spazio e figure	9	9
Dati e previsioni	8	8
Relazioni e funzioni	7	8
TOTALE	35	37

Tab. 2 Distribuzione degli item secondo le DIMENSIONI

Dimensione	Numeri	Spazio e figure	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
	NU	SF	DP	RF	
Conoscere	7	6	3	4	20
Risolvere problemi	4	3	3	3	13
Argomentare	1	0	2	1	4
TOTALE	12	9	8	8	37

Tab. 3 Suddivisione degli item in relazione ad ambiti e traguardi delle Indicazioni nazionali²

TRAGUARDI	AMBITI				TOT
	NU	SF	DP	RF	
TP1. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice	2	0	0	2	4
TP2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo	0	2	0	2	4
TP3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo	0	6	0	0	6
TP4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...)	0	0	2	0	2
TP5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici	0	0	3	0	3
TP6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza	0	0	2	0	2
TP7. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici	0	0	1	1	2
TP8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria	4	1	0	3	8
TP9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri	1	0	0	0	1
TP10. Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)	5	0	0	0	5
TOTALE	12	9	8	8	37

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

² La presente suddivisione e la Guida fanno riferimento alle *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* del 2012, ancora vigenti per la classe quinta. Le nuove *Indicazioni Nazionali per il curricolo* (D.M. 9 dicembre 2025, n. 221) saranno adottate gradualmente per la scuola primaria, solo a partire dall'a.s. 2026/2027. L'adozione per la classe quinta primaria è perciò prevista dall'a.s. 2030/2031.

Tab. 4 Composizione della prova: tabella riassuntiva

DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D1	SF	TP2	Conoscere	Completare la figura simmetrica di una figura assegnata rispetto a una data retta
D2	RF	TP1	Conoscere	A partire da un evento di durata assegnata, individuare la durata dell'evento quando questo avviene a velocità doppia
D3	NU	TP10	Conoscere	Individuare un numero in una data posizione sulla retta dei numeri
D4	DP	TP6	Argomentare	In un contesto di gioco, argomentare per stabilire quale tra due eventi ha la maggiore probabilità di verificarsi
D5a	RF	TP2	Conoscere	Individuare il numero di elementi che compongono una data figura di una sequenza
D5b	RF	TP7	Argomentare	Stabilire la parità del numero che corrisponde alla posizione di una figura in una sequenza sulla base del numero di elementi che la compongono e, viceversa, la parità del numero di elementi che compongono una figura data
D6	RF	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare la proporzionalità in contesto per risolvere una situazione problematica
D7	SF	TP3	Conoscere	Individuare il numero di vertici e il numero di spigoli di un cubo
D8	RF	TP1	Conoscere	Individuare il doppio di uno dei due fattori di una moltiplicazione, noti l'altro fattore e il risultato
D9	DP	TP7	Argomentare	Completare un grafico a barre, sulla base delle relazioni tra i dati espresse in forma verbale
D10	DP	TP4	Conoscere	Individuare l'ora di fine di un evento a partire dalla sua durata e dall'ora di inizio, fornita in un'immagine
D11	DP	TP4	Conoscere	Individuare l'ora di fine di un evento a partire dalla sua durata e dall'ora di inizio
D12	RF	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare una relazione in contesto per risolvere una data situazione problematica
D13	RF	TP8	Risolvere problemi	Determinare il costo di un oggetto a partire dai costi complessivi di due insiemi di oggetti
D14	SF	TP2	Conoscere	Classificare un quadrilatero note le coordinate dei suoi vertici nel piano cartesiano
D15	DP	TP5	Conoscere	Individuare una media aritmetica a partire dai dati rappresentati in un grafico a barre
D16	NU	TP1	Conoscere	Individuare la quantità che soddisfa vincoli assegnati in un contesto reale
D17	NU	TP10	Conoscere	Individuare due frazioni equivalenti in una situazione reale
D18	NU	TP1	Conoscere	Utilizzare il valore posizionale delle cifre per individuare una differenza
D19	SF	TP3	Conoscere	Data l'area di un quadrato su una griglia quadrettata, individuare l'area di una sua parte
D20a	NU	TP8	Risolvere problemi	A partire dall'immagine di uno scontrino, determinare due costi incogniti relativi alla spesa
D20b	NU	TP8	Risolvere problemi	A partire dall'immagine di uno scontrino, determinare due costi incogniti relativi alla spesa

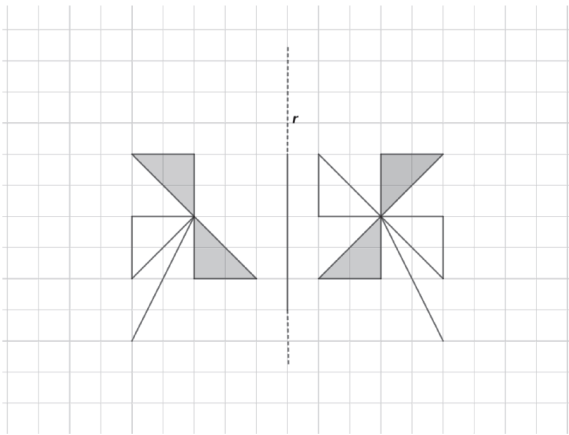
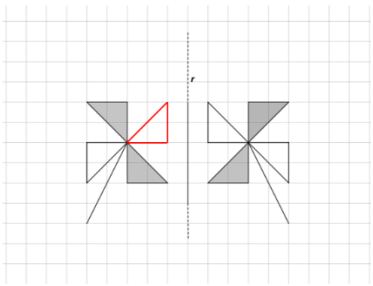
DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D21	NU	TP10	Conoscere	Utilizzare il valore posizionale delle cifre per individuare il risultato di un'addizione
D22	NU	TP10	Conoscere	Completare una tabella della moltiplicazione con i numeri decimali mancanti
D23	RF	TP2	Conoscere	Individuare la sequenza alfanumerica che soddisfa i vincoli assegnati
D24	NU	TP10	Conoscere	Tra quattro affermazioni assegnate, stabilire l'affermazione falsa relativa a dati vincoli numerici
D25	SF	TP3	Conoscere	Individuare la figura che si ottiene dalla riflessione di una sua parte fornito l'asse di simmetria
D26	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico a barre per stabilire la verità o falsità di alcune affermazioni
D27	NU	TP9	Argomentare	In un contesto di gioco, stabilire il vincitore sulla base di vincoli assegnati mediante testo e immagini
D28	SF	TP3	Conoscere	Confrontare aree e perimetri di coppie di figure disegnate su una griglia isometrica
D29	SF	TP8	Risolvere problemi	Determinare l'area di una figura simile a una data, disegnata su una griglia quadrettata
D30	DP	TP6	Risolvere problemi	In un contesto di realtà, determinare se la probabilità del verificarsi di un evento è uguale a/minore di/maggiore di 50%
D31	NU	TP8	Risolvere problemi	Determinare la differenza tra due valori di temperatura forniti in un'immagine
D32	SF	TP3	Risolvere problemi	Stimare la lunghezza di un percorso rappresentato su una mappa
D33	SF	TP3	Risolvere problemi	Disegnare su una griglia quadrettata il rettangolo che soddisfa i vincoli di misura assegnati
D34	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico sulla base del vincolo espresso nel testo
D35	NU	TP8	Risolvere problemi	Stimare una differenza in contesto reale mediante l'utilizzo di una rappresentazione grafica

Sei domande di questa prova sono in continuità con la prova nazionale di matematica della classe seconda primaria (*tra parentesi la domanda corrispondente del grado 2*): D2 (D9), D11 (D3), D19 (D10), D21 (D13), D22 (D21) e D25 (D1).

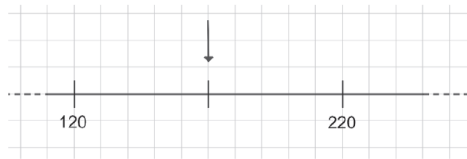
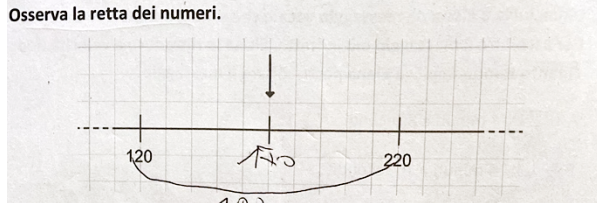
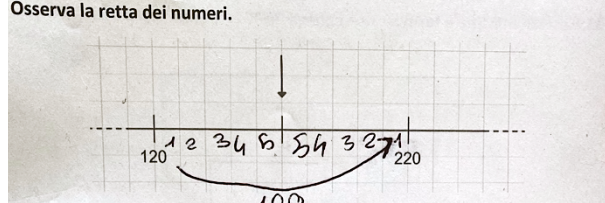
In questa guida sono state inserite alcune scansioni da protocolli originali che provengono dai fascicoli della prova nazionale (maggio 2026).

Tali scansioni hanno lo scopo di fornire esempi di strategie di ragionamento o di difficoltà e di arricchire i commenti.

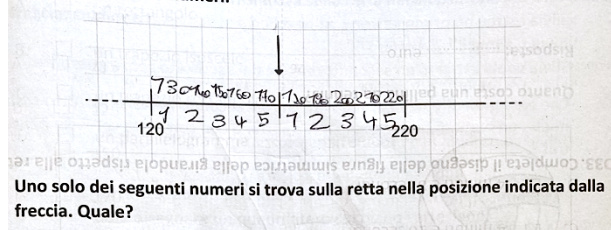
L'ordine delle domande presentate e quello delle opzioni di risposta nei quesiti a scelta multipla sono relativi al Fascicolo 1 (ma i protocolli, ripresi da fascicoli diversi, possono fare riferimento a un diverso ordine per le opzioni).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D1. Completa il disegno della figura simmetrica della girandola rispetto alla retta r. 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo OBIETTIVO <i>Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Completare la figura simmetrica di una figura assegnata rispetto a una data retta			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D1	4,3%	9,4%	86,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda è focalizzata sulla <i>simmetria assiale</i> e richiede di completare su una griglia quadrettata la figura simmetrica di quella data (una <i>girandola</i>) rispetto a una retta verticale r: manca solo una delle quattro parti triangolari. Per trovare la parte mancante occorre associare i due vertici 'liberi' del triangolo rettangolo in alto a sinistra ai punti in posizione simmetrica rispetto a r, mantenendo le relazioni geometriche. Ci si può appoggiare a misurazioni, dirette o indirette, e alla quadrettatura fornita per mantenere il controllo sia sull'ortogonalità tra r e le rette che uniscono punti simmetrici sia sulla distanza dall'asse di simmetria. La domanda non presenta particolari elementi di difficoltà (come indica la percentuale molto alta di risposte corrette: 86,3%), risultando accessibile per la regolarità del triangolo mancante e per la presenza di un asse di simmetria verticale. Rimane possibile per le risposte errate la confusione tra la simmetria e altre tipologie di trasformazione, come la traslazione o la rotazione.					

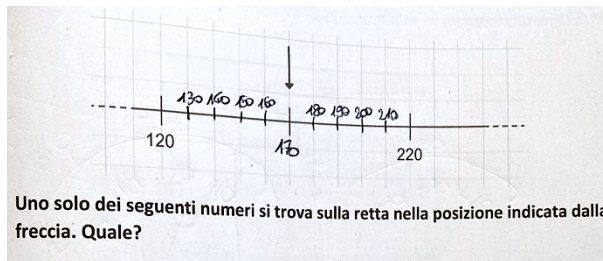
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D2. Diana invia a Elena un messaggio vocale che dura 2 minuti e 16 secondi. Per ascoltare il messaggio più in fretta, Elena lo riproduce a velocità doppia. Quanto tempo impiega Elena per ascoltare il messaggio? A. ☐ 1 minuto e 8 secondi B. ☐ 1 minuto e 32 secondi C. ☐ 4 minuti e 8 secondi D. ☐ 4 minuti e 16 secondi		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice OBIETTIVO Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		A partire da un evento di durata assegnata, individuare la durata dell'evento quando questo avviene a velocità doppia					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
A	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D2	0,8%	78,7%	13,3%	2,1%	5,2%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di individuare la durata dell'ascolto di un messaggio vocale quando questo è riprodotto a <i>velocità doppia</i>, conoscendo la durata del messaggio a velocità normale (<i>2 minuti e 16 secondi</i>). Per rispondere scegliendo l'opzione A (<i>1 minuto e 8 secondi</i>) è necessario associare la doppia velocità di riproduzione con il dimezzamento del tempo di riproduzione, dunque anche di ascolto. Le altre opzioni di risposta prendono in considerazione il raddoppio dei minuti e il dimezzamento dei secondi (opzione C), oppure la confusione tra raddoppio e dimezzamento sui secondi (opzione B) o sui minuti (opzione D). La domanda non presenta particolari elementi di difficoltà e richiama un contesto esperienziale che può costituire un valido supporto per la risoluzione: infatti la percentuale di scelta della risposta corretta è pari a circa 79%. L'eventuale confusione con il raddoppio, invece, ricade principalmente sul raddoppio dei secondi (13,3%), mentre pochissime sono le risposte basate sul raddoppio dei minuti (in tutto, 7,3%).							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D3. Osserva la retta dei numeri.  Uno solo dei seguenti numeri si trova sulla retta nella posizione indicata dalla freccia. Quale? A. ☐ 125 B. ☐ 150 C. ☐ 170 D. ☐ 215		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...) OBIETTIVO <i>Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta e utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica</i>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare un numero in una data posizione sulla retta dei numeri					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D3	1,4%	12,1%	13,3%	65,0%	8,3%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di individuare il numero che è posizionato dove indica la freccia su una retta dei numeri disegnata su una griglia quadrettata. La freccia indica la posizione esattamente a metà tra i numeri 120 e 220. Per scegliere il numero 170 (l'opzione C), è possibile osservare che la distanza o la differenza tra 120 e 220 è 100, quindi il numero da inserire a metà si trova alla stessa distanza (50) da 120 e da 220: si ottiene aggiungendo 50 a 120 (oppure togliendo 50 da 220) ed è 170. È altrimenti possibile ricorrere alla griglia quadrettata per interpretare l'ampiezza 100 dell'intervallo tra 120 e 220 come 10 volte un lato di quadretto; quindi, procedere con 5 'salti' di 10 fino a raggiungere la posizione indicata dalla freccia, avanzando da 120 oppure tornando indietro da 220. Se il primo approccio si focalizza sul numero posizionato alla stessa distanza dai numeri dati senza ricorrere in modo esplicito alla metrica della retta (veicolata dalla griglia), il secondo la sfrutta per collegare quel numero con 120 e 220. È anche possibile procedere per esclusione sulle alternative di risposta, verificando la distanza di ciascuno dei numeri dagli estremi dell'intervallo. Le opzioni di risposta A (125), B (150) e D (215) considerano tutte difficoltà di gestione della metrica della retta. In particolare, i numeri 125 e 215 si riferiscono entrambi all'attribuzione di una metrica unitaria alla retta, cioè del valore 1 a ogni lato di quadretto: infatti, il primo è ottenibile aggiungendo 5 a 120, il secondo togliendo 5 da 220. Il valore 150 è legato erroneamente all'idea che il numero in mezzo tra i due dati, che distano 100, sia 50+100. Strategie di ragionamento efficaci per la scelta di 170 secondo uno o l'altro degli approcci discussi sopra sono esemplificate nei protocolli seguenti.							
Osserva la retta dei numeri.  Uno solo dei seguenti numeri si trova sulla retta nella posizione indicata dalla freccia. Quale?		Osserva la retta dei numeri.  Uno solo dei seguenti numeri si trova sulla retta nella posizione indicata dalla freccia. Quale?					

Osserva la retta dei numeri.

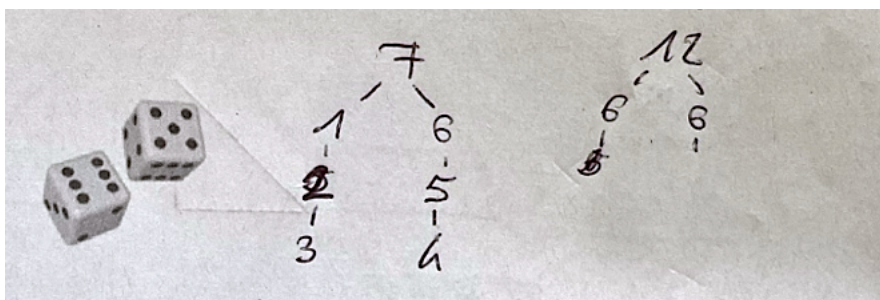


Uno solo dei seguenti numeri si trova sulla retta nella posizione indicata dalla freccia. Quale?



Uno solo dei seguenti numeri si trova sulla retta nella posizione indicata dalla freccia. Quale?

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D4. Immagina di lanciare due dadi a sei facce non truccati e di sommare i punti ottenuti.  Con il lancio dei due dadi è più probabile che tu ottenga come somma 7 oppure che tu ottenga come somma 12? A. ☐ 7, perché il numero 7 è minore del numero 12 B. ☐ 7, perché i modi di ottenere 7 sono di più di quelli di ottenere 12 C. ☐ 12, perché i dadi sono due e ogni dado ha sei facce D. ☐ 12, perché si può ottenere 12 come 6 + 6		DATI E PREVISIONI					
		DIMENSIONE					
		Argomentare					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza OBIETTIVO In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		In un contesto di gioco, argomentare per stabilire quale tra due eventi ha la maggiore probabilità di verificarsi					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D4	1,6%	7,6%	54,3%	14,0%	22,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta una situazione immaginaria di gioco con i dadi nella quale confrontare la probabilità di due eventi per stabilire quello che ha maggiore probabilità di verificarsi e perché. Il gioco prevede di <i>lanciare due dadi a sei facce non truccati e di sommare i punti ottenuti</i>. Sono da mettere a confronto le probabilità di ottenere 7 o 12 <i>come somma</i> dei punti. Per rispondere scegliendo l’opzione di risposta B (<i>7, perché i modi di ottenere 7 sono di più di quelli di ottenere 12</i>), occorre valutare le possibili occorrenze di ciascun evento, ovvero i casi favorevoli in cui ciascun evento può verificarsi: la somma 12 si può ottenere in un solo modo, cioè quando dal lancio dei dadi esce 6 due volte (6+6), mentre la somma 7 si può ottenere in più di un modo, cioè quando escono 1 e 6, 2 e 5, 3 e 4, in qualsiasi ordine (1+6 o 6+1, 2+5 o 5+2, 3+4 o 4+3). Dunque, 7 è ottenibile in più modi rispetto a 12 e fornisce la risposta corretta, basata sul conteggio dei casi favorevoli. Volendo approfondire da un punto di vista matematico, gli esiti possibili con il lancio di due dadi a 6 facce sono 36 coppie equiprobabili: la probabilità di ottenere somma 7 è 6 su 36, quella di ottenere somma 12 è 1 su 36, perciò la prima è sei volte la seconda. Le opzioni di risposta offrono somma 7 oppure somma 12 e un’argomentazione a sostegno dell’una o dell’altra possibilità. L’opzione A, pur indicando 7, utilizza una proprietà numerica (<i>7 è minore di 12</i>) che è irrilevante ai fini della probabilità. L’opzione C richiama un’informazione nel contesto (<i>due dadi, sei facce</i> ciascuno) che di per sé non permette di argomentare quale somma sia più probabile ottenere. L’opzione D individua correttamente il modo per ottenere 12 (<i>come 6 + 6</i>), ma non lo mette in relazione con i modi per ottenere 7, lasciando di fatto il confronto incompleto. Strategie di ragionamento efficaci consistono nell’esplicitare le coppie di valori la cui somma è 7 o 12, per poi confrontarne il numero. È quanto emerge dal protocollo qui sotto, dove accanto all’immagine dei due dadi sono annotati, in verticale, i risultati di un dado e i risultati dell’altro che appaiati permettono di avere 7 punti (<i>“1-2-3”</i> a sinistra e <i>“6-5-4”</i> a destra), e separatamente la coppia di risultati <i>“6 6”</i> che dà 12 punti: il confronto tra i due elenchi conduce alla scelta dell’opzione per la quale la maggiore numerosità dei casi favorevoli giustifica che è più probabile ottenere somma 7.							



Le percentuali di scelta di D e C sono rispettivamente pari a 22,6% e a 14%, indicando che circa una risposta su tre non solo individua l'evento meno probabile, ma si appoggia a giustificazioni parziali o non basate sui risultati dei due dadi.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D5. Lisa ha costruito cinque figure con delle tessere di forma quadrata.  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4  Figura 5 Lisa continua la sequenza di figure usando sempre la stessa regola. Per passare da una figura alla successiva aggiunge sempre una tessera. a. Quante tessere usa Lisa per costruire la Figura 10? Risposta: tessere b. Completa le frasi: scrivi PARI oppure DISPARI sopra ai puntini. - Lisa ha usato 21 tessere per costruire una figura: il numero della figura è pari/dispari - Per costruire la Figura 35 Lisa usa un numero di tessere. pari/dispari		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		a. Conoscere b. Argomentare			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO			
a. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo					
b. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici					
OBIETTIVO					
Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure					
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		a. Individuare il numero di elementi che compongono una data figura di una sequenza			
		b. Stabilire la parità del numero che corrisponde alla posizione di una figura in una sequenza sulla base del numero di elementi che la compongono e, viceversa, la parità del numero di elementi che compongono una figura data			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
a. 11 b. Lisa ha usato 21 tessere per costruire una figura: il numero della figura è pari . Per costruire la Figura 35 Lisa usa un numero pari di tessere.	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D5a	2,6%	39,2%	58,2%	
	D5b	2,5%	64,9%	32,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda presenta le prime cinque figure di una sequenza che a partire dalla <i>Figura 1</i> (un quadrato grigio scuro e un quadrato grigio chiaro) va avanti aggiungendo sempre un quadrato grigio chiaro alla volta (<i>Per passare da una figura alla successiva aggiunge sempre una tessera</i>). Matematicamente, possiamo dire che, continuando la sequenza, la <i>Figura n</i> è composta da $n+1$ quadrati: uno scuro, n chiari. L'item (a) chiede di applicare la regola ricorsiva per determinare il numero di quadrati (<i>tessere</i>) della <i>Figura 10</i>. L'item (b) invece richiede di ragionare in entrambe le 'direzioni': dal numero di tessere alla posizione e viceversa, stabilendo la parità del risultato. Per la parte (a) la risposta è 11: la <i>Figura 10</i> ha 10 tessere chiare e una scura, vale a dire $10+1 = 11$ tessere. La percentuale di risposte errate è 39,2%: una tipica difficoltà risiede nel dimenticare la tessera iniziale e rispondere quindi 10, come se la <i>Figura n</i> fosse composta da n tessere. Per la parte (b) la percentuale di risposte non corrette si attesta a quasi 65%, rivelando che si tratta di una richiesta difficile. Il primo punto chiede sostanzialmente di rispondere a questa domanda: se una figura è composta da 21 tessere, il numero della figura è pari o dispari? Applicando la regola ricorsiva, una figura con 21 quadrati ne ha 1 scuro e 20 chiari; quindi si tratta della <i>Figura 20</i> e il numero della					

figura è *pari*. Il secondo punto si focalizza sul problema inverso: la *Figura 35* è composta da un numero pari o da un numero dispari di tessere? Questa figura è composta da 1 quadrato scuro e 35 quadrati chiari, cioè da 36 quadrati in tutto, e 36 è *pari*.

Elementi di difficoltà possono derivare dal fatto che il numero della figura e il numero di elementi che la compongono hanno sempre parità opposta (questo perché n e $n+1$ sono consecutivi, quindi uno è pari e l'altro dispari) indipendentemente dal problema diretto o inverso.

Chi risponde *dispari* a entrambi i punti ha probabilmente applicato la parità al numero esplicitamente menzionato nel testo (21 è dispari; 35 è dispari) senza compiere la trasformazione richiesta.

Nei protocolli che seguono la risposta al primo item non ha creato problemi: la strategia di ragionamento si è appoggiata in entrambi al registro visivo, con la figura 10 costruita sul foglio, come estensione della Figura 5 (nell'esempio a sinistra) oppure come successiva delle figure "N.6" (numero 6, ecc.), "N.7", "N.8" e "N.9" (nell'esempio a destra). Per il secondo item, nel protocollo a sinistra è scelta la parola "*DISPARI*" per entrambi i punti elenco: è possibile che il numero delle tessere e il numero della figura siano stati identificati (eliminando il contributo della tessera nera alle figure della sequenza), originando dunque l'associazione di un numero dispari in tutti i casi.



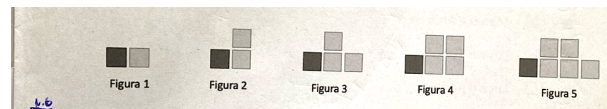
Lisa continua la sequenza di figure usando sempre la stessa regola.
Per passare da una figura alla successiva aggiunge sempre una tessera.

a. Quante tessere usa Lisa per costruire la Figura 10?

Risposta:11..... tessere

b. Completa le frasi: scrivi *PARI* oppure *DISPARI* sopra ai puntini.

- Lisa ha usato 21 tessere per costruire una figura: il numero della figura è*DISPARI*.....
pari/dispari
- Per costruire la Figura 35 Lisa usa un numero*DISPARI*..... di tessere.
pari/dispari



Lisa continua la sequenza di figure usando sempre la stessa regola.
Per passare da una figura alla successiva aggiunge sempre una tessera.

a. Quante tessere usa Lisa per costruire la Figura 10?

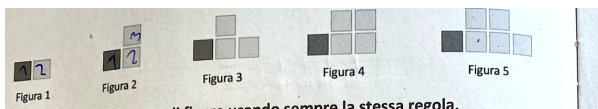
Risposta:11..... tessere

b. Completa le frasi: scrivi *PARI* oppure *DISPARI* sopra ai puntini.

- Lisa ha usato 21 tessere per costruire una figura: il numero della figura è*pari*.....
pari/dispari
- Per costruire la Figura 35 Lisa usa un numero*pari*..... di tessere.
pari/dispari

Anche nel protocollo sotto a sinistra il ricorso al registro visivo per rispondere al primo item è evidente: qui la figura 10 è disegnata sfruttando la relazione diretta tra il numero di quadrati chiari e il numero della Figura, come si evince dall'enumerazione dei 10 quadrati disposti su due righe da cinque quadrati ciascuna.

Nel protocollo a destra troviamo invece la risposta errata "*12*" tessere anziché 11 al primo item: una possibile interpretazione è che tale risposta sia stata veicolata dal considerare la Figura 10 come quella che ha il doppio delle tessere della Figura 5 (essendo 10 il doppio di 5), che è visibile e composta da 6 tessere. Troviamo poi due volte la risposta "*DISPARI*" per l'item (b) e l'annotazione a margine: "*30 = 36 TESSERE*", a indicare le tessere della Figura 30 ottenute con ragionamento analogo dalle 6 tessere della Figura 5, cioè come 6×6 (essendo 5 un sesto di 30). È possibile che poi si sia concluso che il numero di tessere della Figura 35 è dispari semplicemente dalla somma $36+5$.



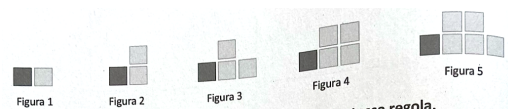
Lisa continua la sequenza di figure usando sempre la stessa regola.
Per passare da una figura alla successiva aggiunge sempre una tessera.

a. Quante tessere usa Lisa per costruire la Figura 10?

Risposta:11..... tessere

b. Completa le frasi: scrivi *PARI* oppure *DISPARI* sopra ai puntini.

- Lisa ha usato 21 tessere per costruire una figura: il numero della figura è*PARI*.....
pari/dispari
- Per costruire la Figura 35 Lisa usa un numero*PARI*..... di tessere.
pari/dispari



Lisa continua la sequenza di figure usando sempre la stessa regola.
Per passare da una figura alla successiva aggiunge sempre una tessera.

a. Quante tessere usa Lisa per costruire la Figura 10?

Risposta:12..... tessere

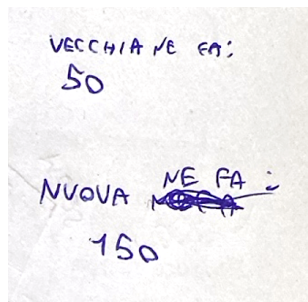
b. Completa le frasi: scrivi *PARI* oppure *DISPARI* sopra ai puntini.

- Lisa ha usato 21 tessere per costruire una figura: il numero della figura è*DISPARI*.....
pari/dispari
- Per costruire la Figura 35 Lisa usa un numero*DISPARI*..... di tessere.
pari/dispari

30 = 36 TESSERE

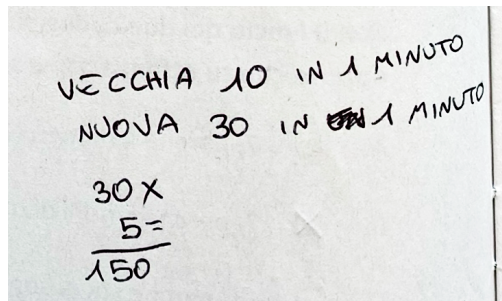
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D6. In un ufficio ci sono due fotocopiatrici. In un minuto la vecchia fotocopiatrice fa 10 copie, mentre la nuova ne fa il triplo. In 5 minuti quante copie fa la fotocopiatrice nuova? A. ☐ 30 B. ☐ 50 C. ☐ 100 D. ☐ 150		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria OBIETTIVO <i>Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni</i>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Utilizzare la proporzionalità in contesto per risolvere una situazione problematica					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D6	0,5%	16,0%	7,8%	5,1%	70,7%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta una situazione problematica che mette a confronto due fotocopiatrici: la <i>vecchia</i> che fa <i>10 copie</i> al minuto e la <i>nuova</i> che ne fa <i>il triplo</i> (30 copie al minuto). È richiesto di determinare <i>quante copie fa la fotocopiatrice nuova in 5 minuti</i> individuandone il numero tra quattro alternative. Per rispondere, è possibile sfruttare la relazione di proporzionalità per la quale al passare dei minuti, la produzione della fotocopiatrice nuova si ottiene triplicando il numero di copie rispetto alla produzione della vecchia: in 5 minuti la vecchia fotocopiatrice fa $10 \times 5 = 50$ copie; perciò, la nuova ne fa $50 \times 3 = 150$. Oppure: in un minuto la nuova fotocopiatrice fa $10 \times 3 = 30$ copie e in 5 minuti ne fa $30 \times 5 = 150$. L'opzione di risposta A (30) intercetta il calcolo del numero di copie prodotte dalla nuova fotocopiatrice in un solo minuto (10×3), primo passo di un approccio risolutivo (è il distrattore con la percentuale di scelta più alta: 16%). D'altra parte, l'opzione di risposta B (50) cattura il calcolo del numero di copie prodotte dalla vecchia fotocopiatrice in 5 minuti (10×5), primo passo dell'altro approccio risolutivo. L'opzione C (100) considera la tipica difficoltà legata alla confusione tra <i>doppio</i> e <i>triplo</i>, procedendo con il raddoppio ($10 \times 5 = 50$, poi $50 \times 2 = 100$, oppure $10 \times 2 = 20$, poi $20 \times 5 = 100$). I seguenti protocolli esemplificano gli approcci risolutivi introdotti sopra. In questo primo protocollo le espressioni <i>In un minuto</i> e <i>5 minuti</i> sono sottolineate, il numero di copie fatte dalla nuova fotocopiatrice ("30") è esplicitato accanto al termine <i>triplo</i> e c'è il calcolo "$30 \times 5 = 150$" in colonna.							
In un ufficio ci sono due fotocopiatrici. In <u>un minuto</u> la vecchia fotocopiatrice fa 10 copie, mentre la nuova ne fa il triplo. <u>30</u> In <u>5 minuti</u> quante copie fa la fotocopiatrice nuova? A. ☐ 50 B. ☐ 30 C. ☒ 150 D. ☐ 100 $\begin{array}{r} 30 \times \\ 5 = \\ \hline 150 \end{array}$							

Nei successivi protocolli sono esplicitate le relazioni di interesse anche in forma verbale: a sinistra, "VECCHIA NE FA: 50" e "NUOVA NE FA: 150" (prima calcola la produzione della vecchia fotocopiatrice in 5 minuti, poi la moltiplica per 3); a destra, "VECCHIA 10 IN 1 MINUTO" e "NUOVA 30 IN 1 MINUTO" e a seguire " $30 \times 5 = 150$ " scritto in colonna (prima calcola la produzione della nuova fotocopiatrice in 1 minuto, poi la moltiplica per 5).



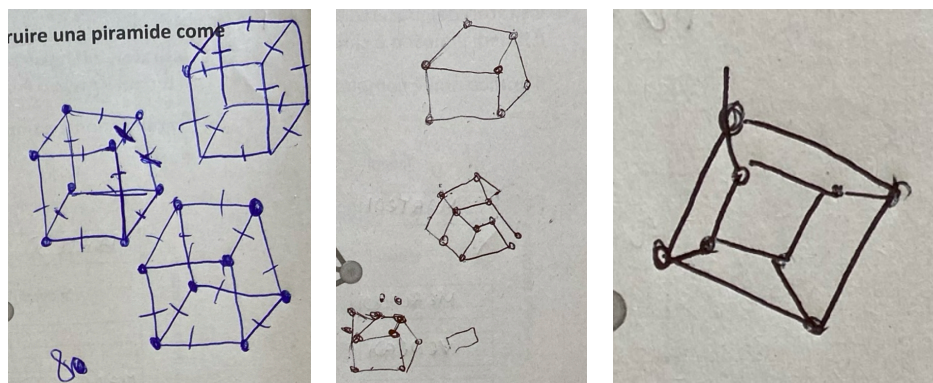
VECCHIA NE FA:
50

NUOVA ~~NE FA:~~
150



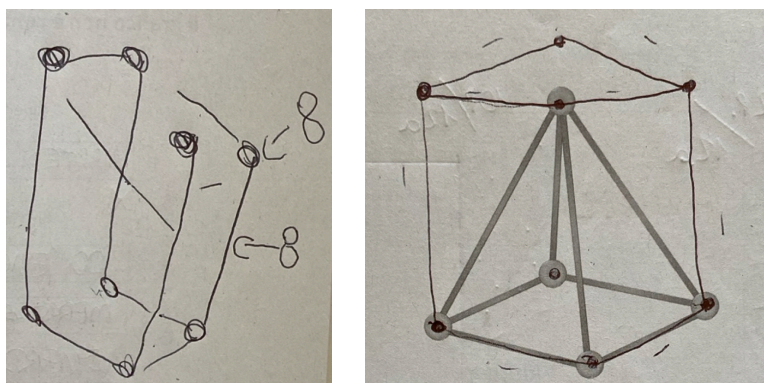
VECCHIA 10 IN 1 MINUTO
NUOVA 30 IN ~~1~~ 1 MINUTO

$$\begin{array}{r} 30 \times \\ 5 = \\ \hline 150 \end{array}$$



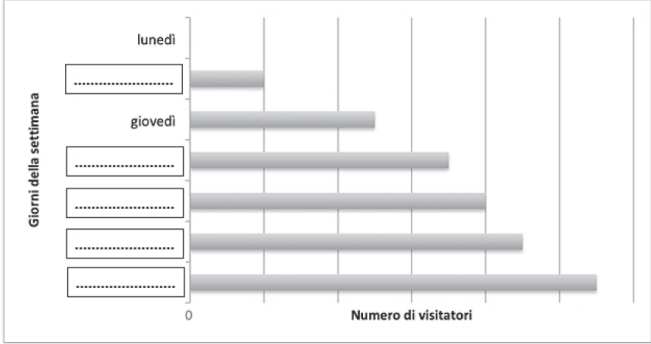
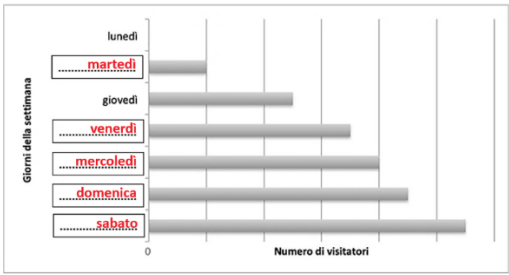
Alcune riproduzioni presentano strutture più scarse, altre tracce di conteggio per mantenere il controllo sugli elementi costitutivi, altre ancora lasciano intravedere difficoltà prospettiche o tentativi grafici per tracciare il disegno tridimensionale.

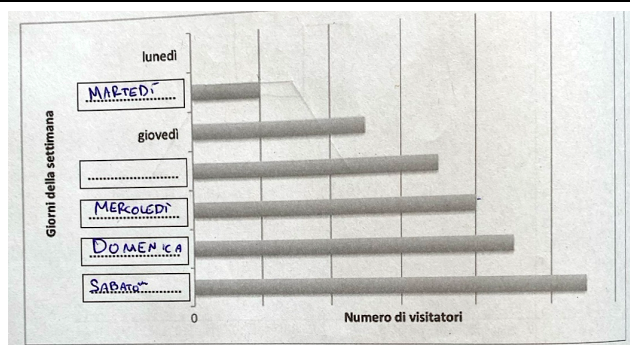
I protocolli qui sotto sono legati alla scelta della risposta errata 8 palline e 8 bastoncini.



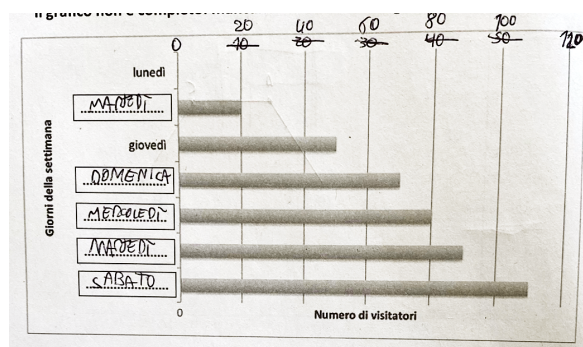
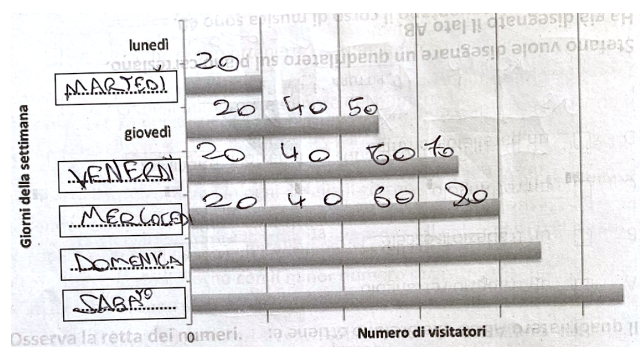
In entrambi i casi, il disegno del cubo non mostra un conteggio esplicito degli spigoli mentre i vertici sono ben individuati da segni circolari pieni, confermando l'attribuzione del conteggio di 8 elementi a entrambe le parti della figura. Nel protocollo a destra, è interessante notare come il disegno del cubo è prodotto a partire proprio da quello fornito della piramide.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
D8. Un numero moltiplicato per 3 dà come risultato 3. Qual è <u>il doppio</u> di quel numero? A. ☐ 1 B. ☐ 2 C. ☐ 3 D. ☐ 9		RELAZIONI E FUNZIONI				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice OBIETTIVO <i>Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni</i>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Individuare il doppio di uno dei due fattori di una moltiplicazione, noti l'altro fattore e il risultato				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	D
	D8	1,6%	15,6%	55,0%	4,1%	23,8%
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
La domanda richiede di individuare <i>il doppio</i> di un numero, sapendo che <i>quel numero moltiplicato per 3 dà come risultato 3</i>. Per rispondere occorre ricavare il fattore incognito dalla moltiplicazione fornita (1) e poi raddoppiarlo (2). Elementi di difficoltà risiedono nel fatto che per trovare il numero incognito bisogna ragionare all'indietro e nel fatto che il numero cercato è una trasformazione di tale numero incognito, come evidenziato anche nel testo con la sottolineatura dell'espressione <i>il doppio</i>. L'opzione di risposta A (1) presenta il numero incognito ricavabile dalla moltiplicazione, trascurando la richiesta del doppio. L'opzione C (3) restituisce il numero 3, presente nel testo sia come fattore sia come prodotto, come risposta diretta e immediata. L'opzione D (9) restituisce il risultato della moltiplicazione 3×3 che coinvolge i numeri e l'operazione nominati nel testo. Si tratta di un'opzione attrattiva, come si evince dalla percentuale pari quasi a 24%.						

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE			
D9. Ogni barra di questo grafico rappresenta in ordine crescente il numero di visitatori del museo della scienza in ogni giorno della settimana. Il lunedì il museo è chiuso. Il grafico non è completo: mancano alcuni nomi dei giorni della settimana.  Completa il grafico. Scrivi in ogni casella il giorno corretto della settimana, tenendo conto delle seguenti informazioni: • sabato è stato il giorno con il maggior numero di visitatori; • martedì è stato il giorno con il minor numero di visitatori; • mercoledì ci sono stati 80 visitatori, esattamente il quadruplo del martedì; • domenica è stato il giorno con 20 visitatori in meno di sabato.	DATI E PREVISIONI			
	DIMENSIONE			
	Argomentare			
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni</i>	SCOPO DELLA DOMANDA			
	Completare un grafico a barre, sulla base delle relazioni tra i dati espresse in forma verbale			
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
	Item			
	D9			
Mancante				Errata
				Corretta
				4,5%
				49,9%
				45,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI				
La domanda presenta un grafico a barre orizzontali che <i>rappresenta in ordine crescente il numero di visitatori</i> di un museo <i>in ogni giorno della settimana</i> e richiede di completare il grafico con i nomi mancanti dei giorni della settimana in modo da soddisfare i vincoli forniti in un testo. Sull'asse delle frequenze (<i>Numero di visitatori</i>) non ci sono riferimenti numerici. La domanda non riguarda dunque una lettura di dati da un grafico completo, ma presuppone l'attuazione di un ragionamento a ritroso per desumere l'etichetta di ciascuna barra a partire dalle relazioni quantitative tra i giorni, e per verificare la coerenza delle assegnazioni con tutti i vincoli forniti. L'indicazione già presente nel grafico che il museo è <i>chiuso</i> il <i>lunedì</i> costituisce un ancoraggio fisso, insieme all'etichetta già posizionata del <i>giovedì</i>. Una strategia di risoluzione efficace è quella che affronta i vincoli quantitativi nell'ordine in cui sono presentati: poiché <i>martedì</i> è anche <i>il giorno con il minor numero di visitatori</i>, la sua barra è la più corta tra quelle senza etichetta e si colloca immediatamente sotto <i>lunedì</i>; <i>sabato</i>, <i>il giorno con il maggior numero di visitatori</i>, corrisponde alla barra più lunga in assoluto. <i>Mercoledì</i> conta <i>80 visitatori</i>, che sono <i>esattamente il quadruplo del martedì</i>: questa informazione permette di collocare <i>mercoledì</i> in terza posizione dall'alto tra le caselle da riempire, dove la barra è lunga 4 volte la barra del martedì (come indica la metrica del grafico). <i>Domenica</i> si ottiene sottraendo <i>20 visitatori</i> a sabato e si posiziona subito sopra sabato. Infine, <i>venerdì</i> si può determinare per esclusione, come unico giorno rimasto da assegnare alla casella tra giovedì e mercoledì. La domanda è considerata corretta anche quando la casella corrispondente a venerdì rimane vuota, come nel caso del protocollo sotto.				



I protocolli seguenti offrono due esempi di strategia efficace.



Nell'esempio a sinistra, sono aggiunti sopra le prime barre numeri che corrispondono ai valori della metrica sul grafico ("20", "20 40 50", "20 40 60 70", "20 40 60 80") e forniscono punti di riferimento per le relazioni da esplicitare mediante l'inserimento delle etichette sul grafico.

Nel protocollo a destra, i numeri scritti all'apice delle linee verticali del grafico indicano la metrica, ma questo non impedisce posizionamenti erranei: "MARTEDÌ" (minimo) e "SABATO" (massimo) sono correttamente assegnati, ma "MARTEDÌ" è presente una seconda volta e "DOMENICA" è inserita al posto di venerdì, individuato come giorno da non assegnare ad alcuna barra.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D10. È venerdì sera. Elisa è al cinema. Appena inizia il film, Elisa guarda il suo orologio e vede che ora è.  Il film dura 2 ore e 10 minuti. A che ora terminerà il film? A. ☐ 23:10 B. ☐ 23:20 C. ☐ 23:30 D. ☐ 23:40		DATI E PREVISIONI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...) OBIETTIVO <i>Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime</i>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare l’ora di fine di un evento a partire dalla sua durata e dall’ora di inizio, fornita in un’immagine					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D10	0,9%	13,0%	13,7%	63,8%	8,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di determinare <i>a che ora terminerà</i> un film della durata di <i>2 ore e 10 minuti</i>, sapendo che il suo inizio è alle <i>21:20</i>, orario mostrato nell’immagine di un orologio analogico presente nello stimolo. La risoluzione si articola in due passaggi: è possibile leggere correttamente l’orologio analogico e trasformare l’ora nella corrispondente ora serale (21:20), poi aggiungere a questa il tempo di durata espresso in ore e minuti (23:30); oppure è possibile aggiungere da subito il tempo di durata del film (11:30) prima di cercare la corrispondenza con l’orario serale. Le opzioni di risposta A, B e D isolano i possibili punti di criticità della domanda. L’opzione A (23:10) considera una difficoltà di lettura dell’ora nel formato analogico (21:00), legata al prendere in considerazione la lancetta dei secondi invece di quella dei minuti, seguita dalla aggiunta di 2 ore e 10 minuti. L’opzione B (23:20) è compatibile con una lettura corretta dell’orologio analogico (21:20) seguita dalla sola aggiunta delle ore (21+2 = 23) e dalla dimenticanza dei 10 minuti. Vediamo che le percentuali di scelta di queste opzioni sono molto simili (13% e 13,7%), attirando molte delle risposte non corrette. L’opzione D (23:40) veicola invece una potenziale difficoltà legata alla posizione della lancetta dei minuti e all’interpretazione dell’ora come 21:30 seguita dall’aggiunta di 2 ore e 10 minuti (difficoltà meno frequente: 8,6%). Una strategia di ragionamento efficace consiste nel separare il calcolo delle ore da quello dei minuti e nel verificare che, per questo, non siano necessarie conversioni. In questo caso la somma dei minuti è 30 (20+10) e il risultato si può ottenere direttamente dalle opzioni di risposta.							

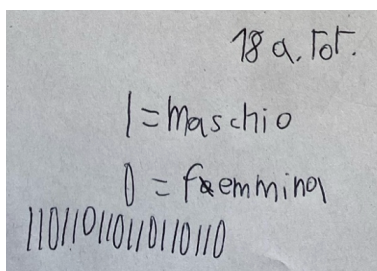
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D11. Per ricaricare completamente lo spazzolino elettrico di Simone servono 12 ore. Alle ore 20:50 Simone mette in carica lo spazzolino che è completamente scarico. A partire da che ora lo spazzolino sarà completamente carico? Risposta: dalle ore		DATI E PREVISIONI			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...)			
		OBIETTIVO <i>Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare l'ora di fine di un evento a partire dalla sua durata e dall'ora di inizio			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
8:50		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D11	3,7%	45,4%	50,9%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di determinare l'ora a partire dalla quale <i>sarà completamente carico</i> uno <i>spazzolino elettrico messo in carica alle ore 20:50</i>, sapendo che la ricarica completa richiede <i>12 ore</i>. Per rispondere è necessario sommare 12 ore all'ora di inizio della carica, gestendo il passaggio al giorno successivo. Una strategia di ragionamento efficace consiste nel sommare le 12 ore in passi successivi: dapprima, da 20:50 con 3 ore si raggiungono le 23:50; poi restano ancora 9 ore da aggiungere e, poiché si supera la mezzanotte, occorre ripartire da 00:00, per ottenere infine le 8:50 del giorno successivo. È anche possibile sfruttare il fatto che 12 ore corrispondono a un giro completo di orologio e che dunque ci si ritroverà allo stesso orario ma dopo mezza giornata, cioè la mattina dopo. Difficoltà tipiche possono manifestarsi in relazione al passaggio al giorno successivo: la pura somma 20+12 darebbe luogo a 32 veicolando eventualmente come risultato 32:50. Diversamente, la maggiore familiarità con la base decimale rispetto alla base sessagesimale può veicolare la risposta 10:50, dopo aver considerato il passaggio alla mattina seguente e la distanza di 10 ore tra le 10:50 e le 20:50 (punto di partenza sull'orologio). Notiamo che la percentuale di risposte errate (45,4%) è molto vicina a quella di risposte corrette, facendo risultare la domanda una delle più delicate della prova.					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D12. Una classe è formata da 18 alunni in tutto, maschi e femmine. In classe c'è una femmina ogni due maschi. Quante sono le femmine? A. ☐ 6 B. ☐ 9 C. ☐ 12 D. ☐ 15	RELAZIONI E FUNZIONI						
	DIMENSIONE						
	Risolvere problemi						
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.						
	TRAGUARDO						
	Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati						
OBIETTIVO							
Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni							
SCOPO DELLA DOMANDA							
Utilizzare una relazione in contesto per risolvere una data situazione problematica							
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
A	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D12	1,0%	62,6%	26,6%	6,6%	3,3%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di utilizzare la relazione: <i>ogni due maschi c'è una femmina</i> per determinare quante sono le femmine in una classe formata da <i>18 alunni in tutto</i>. Per rispondere 6, è possibile tradurre il rapporto tra maschi e femmine nella classe in una partizione rappresentativa di tutti gli alunni: se ogni due maschi c'è una femmina, la classe è suddivisibile in gruppi da 3 e in ciascun gruppo c'è una sola femmina; poiché $6 \times 3 = 18$, ci sono 6 gruppi e quindi 6 femmine. Detto altrimenti, su 18 alunni, i due terzi sono maschi e il terzo rimanente è costituito da femmine. I passaggi delicati sono due: riconoscere che la classe è suddivisibile in sottogruppi, e applicare questa struttura ripetuta al totale di 18 alunni per ricavare il numero di femmine. Le opzioni di risposta considerano diverse difficoltà di gestione della relazione nel ragionamento. L'opzione B (9), la più frequente tra le risposte errate (26,6%), mostra la tendenza a interpretare l'informazione data nel testo come "la metà della classe è composta da femmine" ($9 \times 2 = 18$). L'opzione C (12) considera il numero dei maschi anziché quello delle femmine. L'opzione D (15) corrisponde a un errore portato dal sottrarre 3 (ricavabile dall'informazione che ogni due maschi c'è una femmina) da 18. Strategie di ragionamento efficaci consistono nell'esplicitazione dei gruppi formati da 2 maschi e 1 femmina mediante l'aggiunta di segni sul foglio che permettano di visualizzarli, come esemplificato nei protocolli che seguono.							

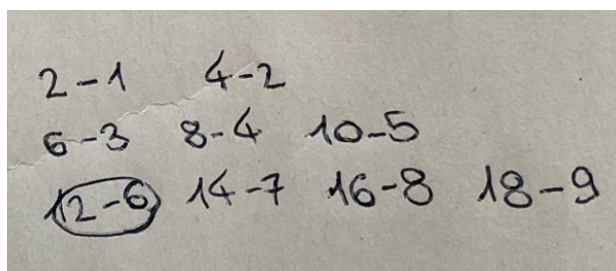
Vediamo come talvolta sono utilizzate le lettere “M” e “F” per indicare la relazione e per ritrovare il numero di tutti gli alunni; altre volte si ricorre a tipologie distinte di segni per distinguere i due generi (ad esempio: *tacche corte* e *tacche lunghe*, oppure *cerchi* e *tacche*).

Analoga strategia è richiamata nel protocollo sotto, a sinistra, dove è stata aggiunta una legenda per esplicitare l’associazione di “maschio” e “femmina” ai segni presi in considerazione.

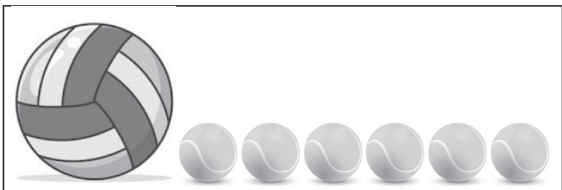
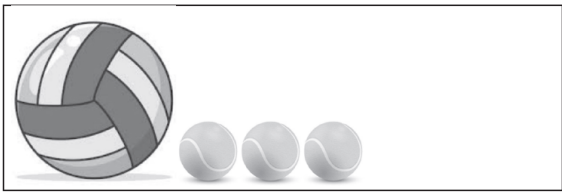
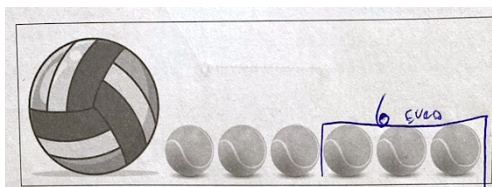
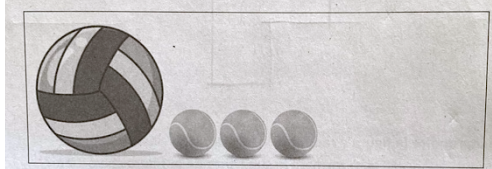
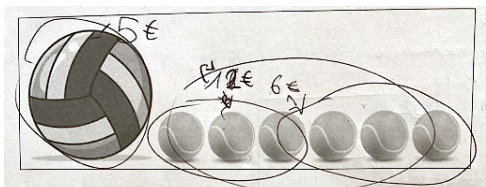
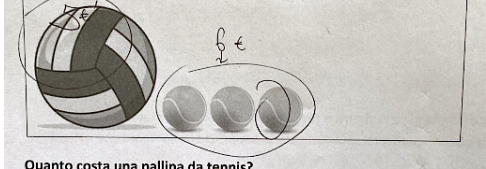
Il protocollo sotto, a destra, infine, mostra un diverso tipo di strategia che tiene traccia di come crescono numericamente i gruppi di maschi e femmine mantenendo il rapporto 2 a 1 (“2 - 1”, 2 maschi e 1 femmina; “4 - 2”, 4 maschi e 2 femmine, ecc., fino a “18 - 9”): è cerchiata la scritta “12 - 6” che corrisponde alla totalità degli alunni e restituisce chiaramente la risposta attesa per il numero di femmine.



18 a. Tot.
1 = maschio
0 = femmina
110110110110110



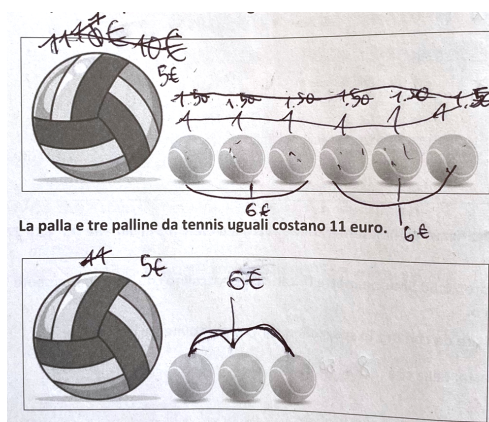
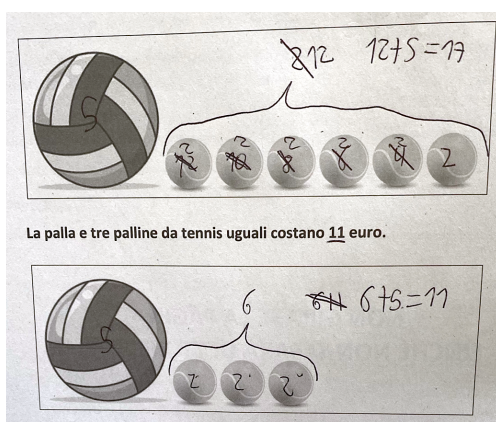
2-1 4-2
6-3 8-4 10-5
12-6 14-7 16-8 18-9

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D13. Una palla e sei palline da tennis uguali costano 17 euro.  La palla e tre palline da tennis uguali costano 11 euro.  Quanto costa una pallina da tennis? Risposta: euro		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria OBIETTIVO Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare il costo di un oggetto a partire dai costi complessivi di due insiemi di oggetti			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
2	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D13	3,7%	36,1%	60,2%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di determinare <i>quanto costa una pallina da tennis</i> a partire da due informazioni da trattare in maniera coordinata, ovvero: <i>una palla e sei palline da tennis costano insieme 17 euro, la palla e tre palline costano insieme 11 euro</i>. Per rispondere "2" euro, occorre mettere in relazione i due insiemi che condividono un oggetto di cui non si conosce il costo (la palla) e differiscono per il numero di palline da tennis. È possibile riconoscere che la differenza tra i costi complessivi ($17\text{€}-11\text{€} = 6\text{€}$) corrisponde esattamente al costo di tre palline e da lì ricavare il costo unitario, oppure si può ricavare 17€ a partire da 11€ ($11\text{€}+6\text{€} = 17\text{€}$) e associare i 6 euro alle tre palline mancanti per poi ottenere il costo di ciascuna. Un elemento di difficoltà risiede nella gestione di due incognite contemporaneamente per la quale le due informazioni sui costi complessivi devono essere considerate insieme e non come problemi distinti. Strategie di ragionamento efficaci si legano all'osservazione che le due situazioni differiscono solo per tre palline e per 6€ di costo: ne consegue che tre palline costano 6 € (come esemplificato nel protocollo qui sotto, a sinistra), e quindi una pallina costa 2€.					
 La palla e tre palline da tennis uguali costano 11 euro.   La palla e tre palline da tennis uguali costano 11 euro.  Quanto costa una pallina da tennis?					

Il protocollo sopra, a destra, mostra sempre le tre palline in più del primo gruppo associate al costo "6€" collegato con una freccia alle tre palline raggruppate mediante una linea circolare e, in aggiunta (come conseguenza), le 6 palline del primo gruppo (raggruppate con altra linea) associate a "12€" e il costo della palla (cerchiata) pari a "5€" scritto accanto a essa. Le dovute corrispondenze sono poi indicate per il secondo gruppo di oggetti, come modalità di controllo sul suo costo complessivo.

I protocolli che seguono rivelano ragionamenti meno evidenti o per tentativi successivi.

A sinistra, notiamo l'attribuzione del costo "5" euro alla palla e del costo "2" euro a ciascuna pallina da tennis e i costi di "12" e "6" euro rispettivamente a 6 e a 3 palline. I due calcoli " $12+5=17$ " e " $6+5=11$ " servono come modalità di controllo sui costi complessivi. Nel protocollo a destra, è dapprima attribuito a ogni pallina costo "1"€ e alla palla "11"€, valore cancellato (verosimilmente perché tale valore non funziona nel caso del secondo gruppo di oggetti e necessita di essere ridotto). Poi sono attribuiti alla palla costo "10€" e a ogni pallina costo "1.50"€, anch'esso cancellato, e infine costo "6€" a ciascun gruppo di tre palline da tennis individuato nei due gruppi di oggetti e costo "5€" alla palla (unici costi che risultano coerenti con i costi complessivi forniti).

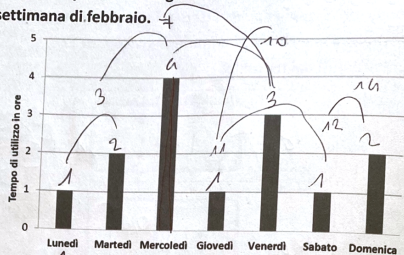


[illegible]

[illegible]

mentre le crocette segnate in corrispondenza delle linee di collegamento verosimilmente tengono il passo delle operazioni parziali, come modalità di controllo.

Il grafico riporta quante ore al giorno Jasmine ha utilizzato il computer la prima settimana di febbraio.

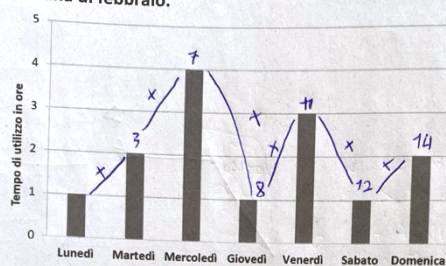


media, quante ore al giorno ha utilizzato il computer Jasmine nella prima settimana di febbraio?

- ☒ 2
☐ 1
☐ 4

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 14} \\ 11 \end{array}$$

Il grafico riporta quante ore al giorno Jasmine ha utilizzato il computer la prima settimana di febbraio.



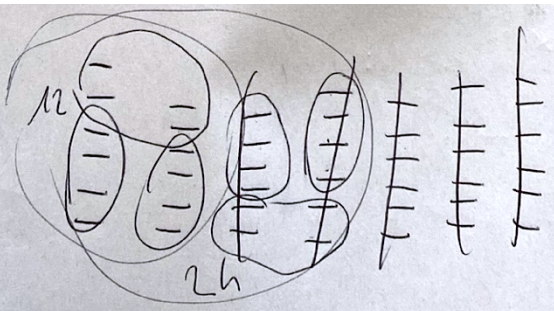
media, quante ore al giorno ha utilizzato il computer Jasmine nella prima settimana di febbraio?

- ☐ 1
☒ 2

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 14} \\ 11 \end{array}$$

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
D16. Barbara ha utilizzato tutti i suoi mattoncini per costruire delle torri, ciascuna con 6 mattoncini. Poi distrugge le torri e utilizza di nuovo tutti i suoi mattoncini per costruire delle nuove torri, ciascuna con 4 mattoncini. Quanti mattoncini ha Barbara in tutto? A. ☐ 10 B. ☐ 12 C. ☐ 16 D. ☐ 18		NUMERI				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice OBIETTIVO <i>Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero</i>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Individuare la quantità che soddisfa vincoli assegnati in un contesto reale				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	D
	D16	2,6%	22,2%	44,1%	16,8%	14,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
La domanda presenta in forma verbale un contesto reale in cui una bambina (<i>Barbara</i>) costruisce torri utilizzando <i>tutti i suoi mattoncini</i>: prima torri composte da <i>6 mattoncini</i>, poi, dopo averle distrutte, nuove torri composte da <i>4 mattoncini</i> (senza avanzare né aggiungere mattoncini). Si richiede <i>quanti mattoncini ha Barbara in tutto</i>. Per rispondere è necessario individuare un numero che soddisfi simultaneamente due condizioni di divisibilità: essere divisibile per 6 (per costruire torri con 6 mattoncini senza avanzi) ed essere divisibile per 4 (per torri con 4 mattoncini). In termini più formali, il numero cercato è il minimo comune multiplo di 6 e 4, ovvero 12. Un possibile elemento di difficoltà è legato al fatto che il numero di mattoncini è invariante tra le due costruzioni; perciò, uno stesso valore deve soddisfare entrambe le condizioni. L'opzione di risposta A (10) rivela l'attribuzione di una struttura additiva al problema, con la somma degli unici due numeri presenti nel testo (6+4); si tratta comunque di un numero che non è divisibile né per 6 né per 4. Le opzioni di risposta C e D, rispettivamente 16 e 18, considerano invece un multiplo solo di 4 (4×4) o un multiplo solo di 6 (6×3) ma numeri (>12) coerenti con la possibilità di costruire più torri. Le opzioni sono tutte plausibili, come d'altra parte si evince dalla distribuzione delle percentuali di risposta che appare tra esse abbastanza uniforme, con una preponderanza per la scelta del numero 10 (22,2%). Una strategia di ragionamento efficace consiste nell'elencare i multipli di 6 (6, 12, 18, 24, ...) e i multipli di 4 (4, 8, 12, 16, ...) per individuare il primo numero in comune, che è 12. In alternativa, si può procedere per esclusione sulle opzioni disponibili, verificando per ognuna se sia divisibile sia per 6 sia per 4. Il protocollo seguente mostra una tipologia di ragionamento basata su una rappresentazione delle torri nel contesto: sette gruppi di 6 tacche disposte verticalmente indicano successivi multipli di 6 mentre i raggruppamenti di 4 di queste tacche permettono di individuare tra i multipli di 6 quelli che sono anche multipli di 4, in questo caso sia "12" sia "24": 'dentro' 12 ci sono infatti tre gruppi di 4 tacche e 'dentro' 24 ce ne sono 6. La scelta ricade dunque sulla sola delle due possibilità presente nelle alternative, 12.						

- A. ☒ 12 ✓
B. ☐ 10
C. ☐ 18
D. ☐ 16

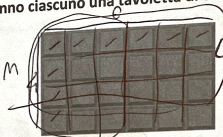


[illegible]

modo identico ma le porzioni evidenziate a penna si differenziano tra loro rendendo visibile la quantità di cioccolato consumata da ciascun bambino e agevolando il confronto. Il punto di partenza qui è la tavoletta dello stimolo, per la quale sono evidenziate tre colonne su sei in relazione alla prima frazione; si procede poi in senso orario con il disegno sul lato destro e quello in basso, relativi rispettivamente a tre parti su quattro e a una metà (la riga aggiuntiva non pertinente è qui cancellata: "NO"); si conclude infine con il disegno sul lato sinistro in cui è messa in evidenza una parte su tre (il nome "MARCO" aggiunto sotto la rappresentazione della metà sembra indicare che 'è come Marco', ovvero l'equivalenza tra le frazioni $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$).

I protocolli che seguono riportano a fianco di ciascuna affermazione la traduzione della frazione nel registro linguistico: "metà" per Marco, "3 quarti" per Luca, nuovamente "metà" per Pietro e, infine, "1 terzo" (a destra) oppure "8 quadratini" (a sinistra) per Andrea, accompagnati dal disegno di una nuova tavoletta che permette di contarli. L'esplicitazione in linguaggio naturale è sufficiente per riconoscere l'equivalenza cercata.

Quattro bambini hanno ciascuno una tavoletta di cioccolato come questa.



Marco mangia $\frac{3}{6}$ della sua tavoletta. $\frac{1}{2}$ = metà

Luca mangia $\frac{3}{4}$ della sua tavoletta. $\frac{3}{4}$ = 3 quarti

Pietro mangia $\frac{1}{2}$ della sua tavoletta. Metà

Andrea mangia $\frac{1}{3}$ della sua tavoletta. 8 quadratini

Marco mangia $\frac{3}{6}$ della sua tavoletta. metà

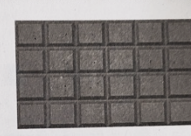
Luca mangia $\frac{3}{4}$ della sua tavoletta. 3 quarti

Pietro mangia $\frac{1}{2}$ della sua tavoletta. metà

Andrea mangia $\frac{1}{3}$ della sua tavoletta. 1 terzo

Un ultimo esempio mostra invece un approccio differente, per il quale il ragionamento passa dalla trasformazione di ciascuna frazione nella corrispondente quantità di "pezzetti di cioccolato" (intendendo i quadretti) mangiati da ogni bambino, strategia che si rivela altrettanto efficace per la scelta della risposta attesa.

Quattro bambini hanno ciascuno una tavoletta di cioccolato come questa.

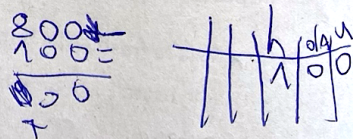


Marco mangia $\frac{3}{6}$ della sua tavoletta. = 12 pezzetti di cioco.

Luca mangia $\frac{3}{4}$ della sua tavoletta. = 18 pezzetti di cioco.

Pietro mangia $\frac{1}{2}$ della sua tavoletta. = 12 pezzetti di cioco.

Andrea mangia $\frac{1}{3}$ della sua tavoletta. = 8 pezzetti di cioco.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D18. Maria ha pensato un numero, ha addizionato 10 decine e ha ottenuto 800. Qual è il numero che ha pensato? A. ☐ 700 B. ☐ 790 C. ☐ 810 D. ☐ 900	NUMERI						
	DIMENSIONE						
	Conoscere						
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.						
	TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice OBIETTIVO <i>Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, avendo consapevolezza della notazione posizionale; confrontarli e ordinarli, anche rappresentandoli sulla retta</i>						
SCOPO DELLA DOMANDA							
Utilizzare il valore posizionale delle cifre per individuare una differenza							
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
A	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D18	1,3%	44,6%	38,3%	11,7%	4,2%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di individuare, tra quattro numeri, quello che <i>addizionato a 10 decine</i> dà come risultato <i>800</i>. Poiché dell'addizione espressa nel testo sono conosciuti un addendo e la somma, per rispondere è possibile attuare un ragionamento a ritroso, traducendo le 10 decine nel numero 100 prima di procedere con la sottrazione di 100 da 800. È anche possibile operare in modo diretto partendo dalle opzioni fornite e sommandovi 100, cercando per esclusione quella che restituisce così 800. Le opzioni di risposta B, C e D considerano tutte difficoltà tipiche legate al contesto. <i>790</i> (opzione B) intercetta una difficoltà legata al valore posizionale e all'interpretazione di 10 decine come 10 (ovvero, l'equivalente di 10 unità): si tratta tra l'altro della scelta più frequente tra le risposte errate (38,3%). <i>810</i> prevede la stessa difficoltà appena menzionata, applicata però addizionando 10 a 800, invece di sottrarlo (come se la sequenzialità nel testo si traducesse nella ricerca del risultato dell'addizione di 10 decine a 800). Infine, <i>900</i> corrisponde anch'essa all'applicazione dell'addizione ma con un opportuno riferimento al valore posizionale che permette di associare 100 a 10 decine ($800+100 = 900$). Strategie di ragionamento efficaci si basano su modalità di controllo sul valore posizionale delle cifre, ad esempio attraverso l'esplicitazione delle cifre nella posizione delle centinaia, delle decine e delle unità nella conversione da 10 decine al numero in notazione decimale (come nel caso del protocollo sotto, dove "1", "0", "0" sono scritte sotto "h", "da", "u" e l'operazione "$800-100=700$" è svolta in colonna).							
Maria ha pensato un numero, ha addizionato 10 decine e ha ottenuto 800. Qual è il numero che ha pensato? A. ☐ 790 B. ☒ 700 C. ☐ 900 D. ☐ 810 							
Il protocollo che segue mostra la difficoltà di gestire tutte le variabili. Da un lato, c'è il riconoscimento di dover utilizzare una "OPERAZIONE INVERSA", espressione messa in relazione con le 10 decine nel testo.							

sottolineate, e 800. Dall'altro lato, l'operazione scritta in colonna è " $800-10=790$ " (una macchia della penna sul segno $-$ lo fa quasi apparire un segno di addizione), che suggerisce la lettura di 10 decine come 10 non come 100, portando alla scelta della risposta 790, che come detto sopra risulta la più frequente fra le alternative non corrette.

Maria ha pensato un numero, ha addizionato 10 decine e ha ottenuto 800.
Qual è il numero che ha pensato?

- A. ☐ 700
B. ☒ 790
C. ☐ 810
D. ☐ 900

OPERAZIONE
INVERSA

800 +

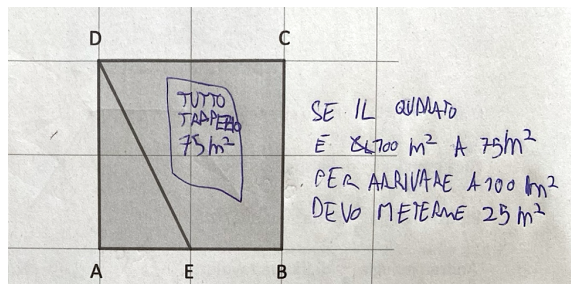
10 =

790

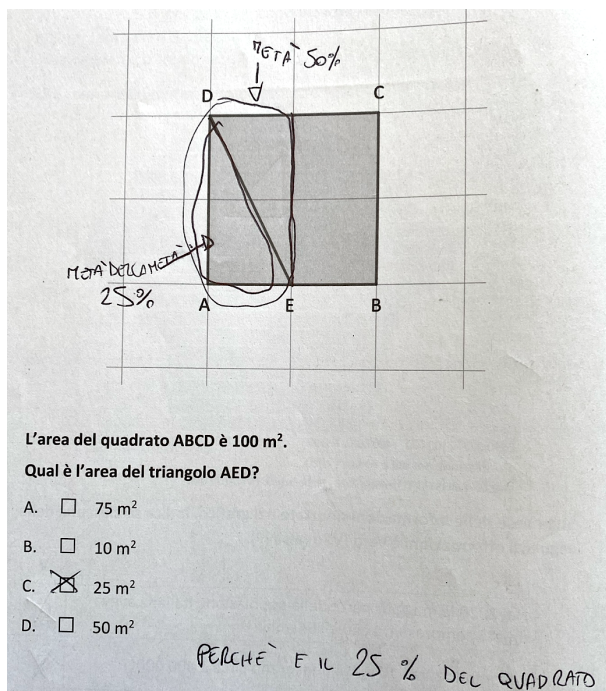
<

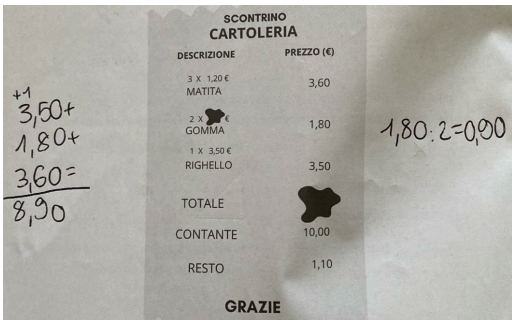
I primi due protocolli a partire da sinistra mostrano approcci molto simili, nei quali il triangolo AED è reso equivalente a ciascuno dei quattro quadrati in cui è divisibile il quadrato ABCD, che ha area " 100 m^2 ". Il ragionamento soggiacente è quindi quello della scomposizione in quarti. Negli altri due protocolli più a destra, c'è ancora una scomposizione in quattro parti, ma questa volta si tratta di quattro triangoli rettangoli congruenti.

Il protocollo sotto esemplifica una strategia molto simile, che procede però prima con l'associazione dell'area del trapezio rettangolo a 75 m^2 ("**TUTTO TRAPEZIO 75 m^2** ") e poi per completamento con l'argomentazione: "**SE IL QUADRATO È 100 m^2 A 75 m^2 PER ARRIVARE A 100 m^2 DEVO METTERNE 25 m^2** ".



Nel protocollo che segue, infine, il ragionamento procede individuando la relazione tra il triangolo AED e il quadrato ABCD: dapprima si considera il rettangolo che è metà del quadrato ("**METÀ 50%**"), poi si considera il triangolo ADE come metà di questo rettangolo, dunque metà della metà del quadrato e corrispondente al suo 25% ("**METÀ DELLA METÀ 25%**"), ovvero a un quarto. Accanto alla scelta della risposta 25 m^2 vi è anche una giustificazione scritta a parole che unifica le due informazioni precedenti: "**PERCHÉ È IL 25% DEL QUADRATO**".



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D20. Nello scontrino di una cartoleria due numeri sono nascosti da macchie.  a. Qual è il costo TOTALE nascosto dalla macchia grande? Risposta: euro b. Qual è il costo di UNA GOMMA nascosto dalla macchia piccola? Risposta: euro		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria OBIETTIVO <i>Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		A partire dall'immagine di uno scontrino, determinare due costi incogniti relativi alla spesa			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
a. 8,90		D20a	3,8%	31,7%	64,5%
b. 0,90		D20b	7,3%	38,3%	54,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda presenta l'immagine dello scontrino di una cartoleria sul quale due valori sono <i>nascosti da macchie</i> d'inchiostro: sullo scontrino sono completamente leggibili il prezzo delle MATITE (3x1,20€, cioè 3,60€), il prezzo del RIGHELLO (3,50€), il CONTANTE versato (10,00€) e il RESTO ricevuto (1,10€). L'item (a) chiede <i>il costo TOTALE nascosto dalla macchia grande</i>, l'item (b) <i>il costo di UNA GOMMA</i>, celato dalla macchia piccola. Per ricavare il totale della spesa sono praticabili principalmente due strade. La più diretta sfrutta la relazione CONTANTE–RESTO = TOTALE, cioè 10,00–1,10=8,90 (euro). In alternativa, si possono sommare i prezzi dello scontrino: 3,60+1,80+3,50 = 8,90 (euro). Le due vie convergono allo stesso risultato e si prestano a una verifica reciproca. Sullo scontrino è poi leggibile il subtotalo della riga relativa alle gomme (1,80€, prezzo riferito a due gomme identiche), mentre la macchia più piccola copre il prezzo unitario: per ottenere quest'ultimo, il passaggio è uno solo, cioè $1,80:2 = 0,90$ (euro). Il protocollo sotto mostra proprio i due calcoli attesi: l'addizione in colonna “3,50+1,80+3,60 = 8,90” al margine sinistro e la divisione “1,80:2 = 0,90” riportata a destra all'altezza della voce relativa alle gomme.					
					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																	
D21. Addiziona 8 centinaia e 6 decimi. Quale numero ottieni? A. ☐ 860 B. ☐ 806 C. ☐ 800,6 D. ☐ 800,06		NUMERI																	
		DIMENSIONE																	
		Conoscere																	
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																	
		TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...) OBIETTIVO Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali																	
		SCOPO DELLA DOMANDA																	
		Utilizzare il valore posizionale delle cifre per individuare il risultato di un'addizione																	
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																	
C	Item	Mancante	A	B	C	D													
	D21	1,2%	17,8%	6,2%	65,5%	9,3%													
COMMENTI E OSSERVAZIONI																			
La domanda richiede di individuare, tra quattro numeri, la somma di <i>8 centinaia e 6 decimi</i>. I due addendi, 8 centinaia e 6 decimi, chiamano in causa il valore posizionale delle cifre 8 e 6 nel numero cercato: riferendosi alle posizioni non adiacenti delle centinaia e dei decimi lasciano implicita la presenza di zeri nelle posizioni intermedie (delle decine e delle unità), elemento questo di eventuale difficoltà. Otto centinaia corrispondono alla cifra 8 nella posizione delle centinaia, ovvero al valore 800; sei decimi corrispondono alla cifra 6 nella prima posizione decimale, ovvero al valore 0,6. La somma è <i>800,6</i>. Le altre opzioni di risposta fanno tutte riferimento a interpretazioni erranee di 6 decimi rispetto al valore posizionale della cifra 6. In particolare, l'opzione A (860) si focalizza sulla confusione tra 6 decimi e 6 decine, collocando 6 nella posizione delle decine anziché in quella dei decimi. L'opzione B (806) fa riferimento alla cifra 6 nella posizione delle unità, trattando 6 decimi come 6 unità. L'opzione D (800,06) rivela infine lo slittamento di una posizione decimale verso i centesimi. Strategie di ragionamento efficaci consistono nell'utilizzare un riferimento esplicito al valore posizionale delle cifre, per collocare "8" nella colonna delle centinaia ("h") e "6" nella colonna dei decimi ("d"), inserendo la cifra "0" in tutte le posizioni intermedie, come esemplificato nel protocollo seguente.																			
Addiziona 8 centinaia e 6 decimi. Quale numero ottieni? A. ☒ 800,6 B. ☐ 800,06 C. ☐ 860 D. ☐ 806 <table><tr><th>h</th><th>da</th><th>u</th><th>d</th><th>c</th><th>m</th></tr><tr><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table>								h	da	u	d	c	m	8	0	0	6		
h	da	u	d	c	m														
8	0	0	6																

DOMANDA				AMBITO PREVALENTE												
D22. In questa tabella della moltiplicazione si vede che: $0,2 \times 2 = 0,4$ Le altre moltiplicazioni non sono complete, mancano due numeri. Scrivi sui puntini i numeri mancanti. <table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0,2</td><td>0,4</td><td>.....</td></tr><tr><td>.....</td><td>1</td><td>1,5</td></tr></table>				x	2	3	0,2	0,4			1	1,5	NUMERI			
				x	2	3										
				0,2	0,4											
					1	1,5										
				DIMENSIONE												
Conoscere																
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																
TRAGUARDO																
Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)																
OBIETTIVO																
Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni																
SCOPO DELLA DOMANDA																
Completare una tabella della moltiplicazione con i numeri decimali mancanti																
RISPOSTA CORRETTA				RISULTATI CAMPIONE												
<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0,2</td><td>0,4</td><td>0,6</td></tr><tr><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td></tr></table>				x	2	3	0,2	0,4	0,6	0,5	1	1,5	Item	Mancante	Errata	Corretta
				x	2	3										
				0,2	0,4	0,6										
0,5	1	1,5														
D22	5,5%	34,5%	60,0%													
COMMENTI E OSSERVAZIONI																
La domanda richiede di completare una <i>tabella della moltiplicazione</i> con i numeri decimali mancanti, a partire dall'uguaglianza $0,2 \times 2 = 0,4$ fornita come esempio di funzionamento della tabella. I fattori sulla riga di intestazione sono 2 e 3; sulla colonna invece è presente solo il fattore 0,2 ma manca il secondo fattore. Nella tabella manca anche il numero all'incrocio tra la prima riga e la seconda colonna. Il primo valore da ricavare è $0,2 \times 3$ cioè 0,6 e può essere ottenuto direttamente dalla tabella della moltiplicazione, estendendo la relazione già nota alla colonna del 3, oppure per analogia con il valore noto 0,4 ($= 0,2 \times 2$) aggiungendo un ulteriore 0,2. Per ricavare il secondo valore, è possibile applicare l'operazione inversa di divisione ($1:2 = 0,5$), sapendo che il prodotto tra il valore non noto e 2 dà come risultato 1. La verifica è immediata, poiché $0,5 \times 3 = 1,5$, informazione già presente nella tabella. Strategie di ragionamento efficaci procedono appoggiandosi alle informazioni complete e mantenendo il controllo sulla coerenza dei risultati con il resto della tabella. Ad esempio, il protocollo seguente presenta le risposte corrette "0,6" e "0,5", inserite nelle rispettive celle, e due calcoli in colonna di cui il primo mostra che il fattore mancante è stato ricavato con la divisione: "$1,5:3 = 0,5$" e il secondo ("$0,2 \times 3 = 0,6$") conferma che il secondo valore mancante è stato ottenuto in modo diretto.																
<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0,2</td><td>0,4</td><td>0,6</td></tr><tr><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td></tr></table> 1,5 3 0,5 15 15 /// 0,2 x 3 = 0,6								x	2	3	0,2	0,4	0,6	0,5	1	1,5
x	2	3														
0,2	0,4	0,6														
0,5	1	1,5														

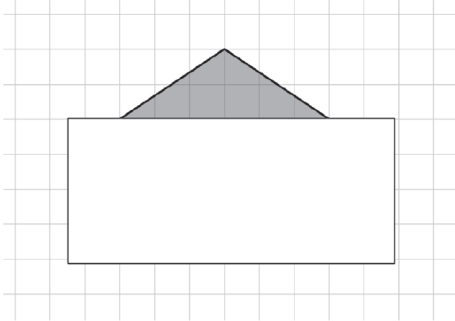
[illegible]

Nel protocollo a sinistra, le informazioni rilevanti da ricercare nelle opzioni sono sottolineate e il non soddisfacimento di una o dell'altra condizione è esplicitato mediante "NO" scritto a fianco e le frecce che rimandano agli elementi significativi. Ad esempio, per la prima opzione una freccia rimanda alla lettera M (la sola maiuscola), l'altra alla cifra 1 (dispari), mentre per la seconda opzione un'unica freccia rimanda alla cifra 7 (dispari). L'ultima opzione è scartata perché la somma delle cifre che contiene è "20".

Nel protocollo a destra, l'approccio appare più ordinato, con le sottolineature a indicare sempre le lettere maiuscole o le cifre pari presenti e l'indicazione a lato di una sola o due X a indicare il non soddisfacimento di una o due condizioni, mentre l'opzione scelta è 'spuntata' con il segno ✓.

La percentuale alta (quasi 79%) di risposte corrette sottolinea che non si tratta di una domanda che crea particolari difficoltà.

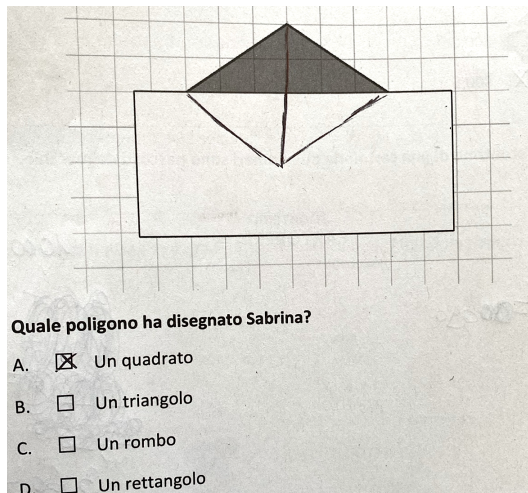
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D24. In una classe con 20 alunni ci sono 5 bambini con gli occhiali. Una sola di queste affermazioni è FALSA. Quale? A. ☐ I bambini con gli occhiali sono $\frac{1}{4}$ degli alunni della classe B. ☐ I bambini senza occhiali sono 15 C. ☐ I bambini con gli occhiali sono il 25% degli alunni della classe D. ☐ I bambini senza occhiali sono meno della metà degli alunni della classe		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...) OBIETTIVO Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Tra quattro affermazioni assegnate, stabilire l’affermazione falsa relativa a dati vincoli numerici					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D24	1,7%	16,7%	14,1%	26,1%	41,4%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda propone un contesto di vita scolastica: una <i>classe con 20 alunni e alunne</i>, di cui <i>5 con gli occhiali</i>. Si richiede di individuare l’<i>unica affermazione FALSA</i> tra le quattro affermazioni proposte, relative al rapporto tra il numero dei bambini con o senza gli occhiali e il numero di tutti i bambini della classe. Le affermazioni esprimono la relazione numerica ciascuna facendo uso di una rappresentazione diversa del numero: una frazione, un numero intero, una percentuale, un confronto con la metà. Per rispondere scegliendo D (<i>I bambini senza occhiali sono meno della metà degli alunni della classe</i>), è possibile mettere in relazione ogni informazione numerica nelle diverse affermazioni con la sua equivalente rappresentazione decimale così da confrontarne la coerenza con i dati forniti nello stimolo. Le prime tre affermazioni sono tutte vere, mentre la quarta è FALSA: 15 alunni senza occhiali sono infatti i tre quarti della classe (15 su 20), più della metà. Elementi di complessità possono risiedere nella traduzione delle relazioni numeriche fornite mediante la frazione o la percentuale in notazione decimale, come inducono a pensare le percentuali di scelta dell’opzione C (26,1%) e dell’opzione A (16,7%); oppure nella richiesta di individuare la falsità di una affermazione invece della verità.							

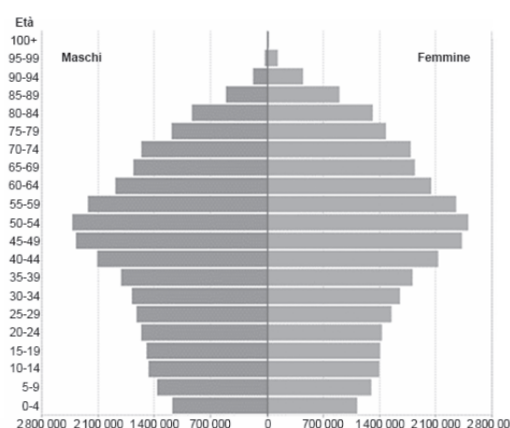
DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
D25. Sabrina ha disegnato un poligono e lo ha colorato interamente di grigio. Poi ha appoggiato un lato di un cartoncino bianco lungo un asse di simmetria del poligono, come vedi qui sotto.  Quale poligono ha disegnato Sabrina? A. ☐ Un triangolo B. ☐ Un quadrato C. ☐ Un rettangolo D. ☐ Un rombo	SPAZIO E FIGURE
	DIMENSIONE
	Conoscere
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo OBIETTIVO <i>Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse</i>
SCOPO DELLA DOMANDA	
	Individuare la figura che si ottiene dalla riflessione di una sua parte fornito l'asse di simmetria

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
D	Item	Mancante	A	B	C	D
	D25	0,9%	23,7%	5,1%	13,6%	56,7%

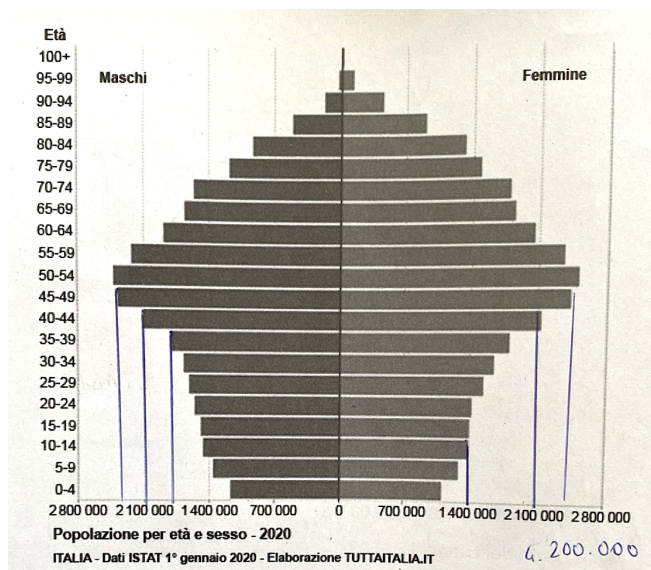
COMMENTI E OSSERVAZIONI
La domanda presenta la metà di <i>un poligono colorato di grigio</i>, che sporge da <i>un cartoncino bianco</i> (un rettangolo) <i>appoggiato lungo un asse di simmetria</i> del poligono stesso (informazioni fornite in forma verbale). A partire da questa rappresentazione si richiede di individuare il poligono. Per rispondere alla domanda, è necessario riconoscere il poligono ottenuto dalla simmetria (o riflessione) della metà visibile rispetto all'asse orizzontale che contiene il bordo superiore del cartoncino. Il poligono che si ottiene è formato da quattro lati obliqui tutti congruenti tra loro e angoli non retti e ha due diagonali che si intersecano ad angolo retto nel centro; si tratta di <i>un rombo</i>. Le altre opzioni di risposta considerano rispettivamente <i>un triangolo</i> (opzione A), <i>un quadrato</i> (opzione B) e <i>un rettangolo</i> (opzione C). Il triangolo fa riferimento alla sola metà visibile del poligono; il quadrato e il rettangolo considerano ciascuno un quadrilatero, focalizzandosi sulle due figure più conosciute che condividono con il rombo alcune proprietà (ad esempio, il quadrato condivide il fatto di avere lati tutti congruenti tra loro e il rettangolo il fatto che le diagonali si dividono a metà). Una strategia di ragionamento efficace consiste, una volta individuato il bordo superiore del cartoncino come asse di simmetria, nel completare il poligono: la metà mancante può essere immaginata oppure disegnata direttamente sulla figura (e la forma risultante può, a questo punto, essere messa in corrispondenza con le opzioni proposte). Esempi di tali approcci sono mostrati nei protocolli seguenti, dove la metà inferiore del poligono è disegnata con accuratezza, da un lato ricorrendo all'uso del righello e dall'altro mediante la congruenza dei lati (che misurano tutti "3,2" centimetri).

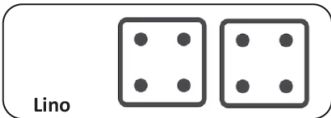
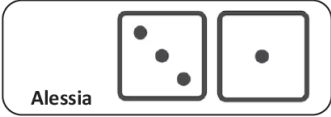
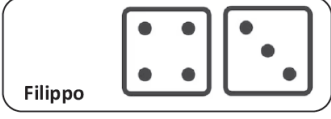
Nel protocollo sotto, oltre a essere stato completato il poligono con la metà mancante, è stata tracciata la sua diagonale non visibile. Se il disegno è corretto, la risposta selezionata (*Un quadrato*) è errata. La presenza della diagonale verticale suggerisce che la figura ricostruita sia stata riconosciuta come avente quattro lati uguali e due diagonali perpendicolari, proprietà condivise con il quadrato sul quale ricade la scelta.

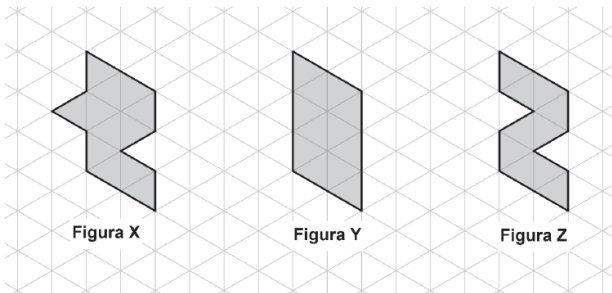
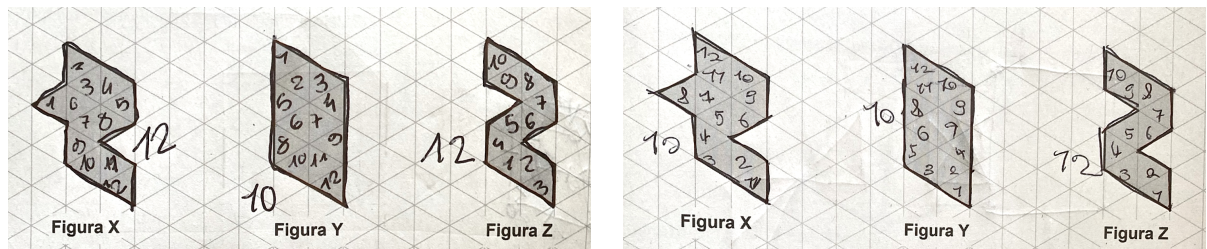


DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																		
D26. Il seguente grafico rappresenta la distribuzione della popolazione italiana nel 2020, suddivisa in base all'età e al sesso.  Popolazione per età e sesso - 2020 ITALIA - Dati ISTAT 1° gennaio 2020 - Elaborazione TUTTAITALIA.IT Sulla base delle informazioni riportate nel grafico, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F). <table><tr><th></th><th>V</th><th>F</th></tr><tr><td>a. Le femmine tra i 10 e i 14 anni erano circa 1 400 000</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b. I maschi tra i 35 e i 39 anni erano meno di 2 100 000</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c. La popolazione italiana tra i 40 e i 44 anni era più numerosa di quella tra i 45 e i 49 anni</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>d. Nel 2020 la maggior parte della popolazione italiana aveva un'età compresa tra i 50 e i 54 anni</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			V	F	a. Le femmine tra i 10 e i 14 anni erano circa 1 400 000	☐	☐	b. I maschi tra i 35 e i 39 anni erano meno di 2 100 000	☐	☐	c. La popolazione italiana tra i 40 e i 44 anni era più numerosa di quella tra i 45 e i 49 anni	☐	☐	d. Nel 2020 la maggior parte della popolazione italiana aveva un'età compresa tra i 50 e i 54 anni	☐	☐	DATI E PREVISIONI			
			V	F																
		a. Le femmine tra i 10 e i 14 anni erano circa 1 400 000	☐	☐																
		b. I maschi tra i 35 e i 39 anni erano meno di 2 100 000	☐	☐																
		c. La popolazione italiana tra i 40 e i 44 anni era più numerosa di quella tra i 45 e i 49 anni	☐	☐																
d. Nel 2020 la maggior parte della popolazione italiana aveva un'età compresa tra i 50 e i 54 anni	☐	☐																		
DIMENSIONE																				
Risolvere problemi																				
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																				
TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni</i>																				
SCOPO DELLA DOMANDA																				
Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico a barre per stabilire la verità o falsità di alcune affermazioni																				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																		
V ; V ; F ; V		Item	Mancante	Errata	Corretta															
		D26	1,8%	47,6%	50,6%															
COMMENTI E OSSERVAZIONI																				
La domanda introduce un grafico a barre relativo alla distribuzione per età della popolazione italiana nel 2020: a sinistra la distribuzione dei maschi, a destra quella delle femmine. L'età è rappresentata sull'asse verticale a intervalli di 5 anni mentre la popolazione sull'asse orizzontale. In particolare, la domanda richiede di stabilire la falsità o verità di ciascuna di quattro affermazioni che riguardano l'età e la numerosità della popolazione e che, in più casi, sollecitano confronti. La risposta è considerata corretta se sono corrette tutte le scelte operate. La prima affermazione riguarda il fatto che <i>Le femmine tra i 10 e i 14 anni erano circa 1 400 000</i>. Si può individuare facilmente che la barra corrispondente delle femmine si estende fino al valore 1 400 000, confermando la stima (affermazione vera). La seconda affermazione sostiene che <i>I maschi tra i 35 e i 39 anni erano meno di 2 100 000</i>. Prendendo la barra corrispondente ai maschi della fascia d'età 35-39 anni, si ricava che essa si ferma visibilmente attorno a 2 000 000, confermando il confronto (affermazione vera). La terza affermazione propone un altro confronto: <i>La popolazione italiana tra i 40 e i 44 anni era più numerosa di quella tra i 45 e i 49 anni</i>. È possibile smentire questa affermazione guardando le relative barre, da ambo i lati del grafico, che mostrano che la popolazione della fascia d'età 45-49 anni è un po' più estesa rispetto a quella della fascia d'età 40-44 anni. L'ultima affermazione, infine, concerne il fatto che <i>Nel 2020 la maggior parte della popolazione italiana aveva un'età compresa tra i 50 e i 54 anni</i>. Dal grafico, la popolazione nella fascia d'età 50-54 anni è la più numerosa come si evince dalla maggiore ampiezza della barra corrispondente rispetto alle altre. Il protocollo che segue esemplifica una strategia di ragionamento efficace che si basa sul proiettare sull'asse orizzontale l'ampiezza delle barre del grafico per agevolare la lettura e l'interpretazione dei dati relativi alla numerosità della popolazione nelle situazioni prese in esame dalle affermazioni. Infatti, anche																				

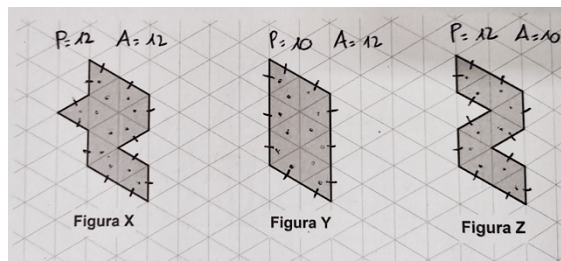
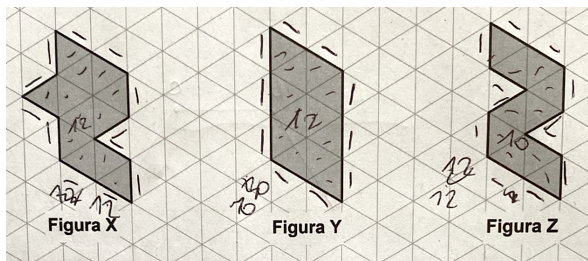
il numero “4 200 000” fa riferimento alla numerosità della popolazione (maschi e femmine insieme) nella fascia d’età 40-44 anni, da confrontare con quella della fascia d’età 45-49 anni.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D27. Tre amici lanciano due dadi ciascuno. Poi ognuno di loro somma i punti ottenuti lanciando i due dadi. Vince chi ottiene come somma un numero divisore di 12. Ecco i punti ottenuti dai tre amici.  Lino  Alessia  Filippo Chi ha vinto? A. ☐ Solo Lino perché 4 è divisore di 12 B. ☐ Solo Alessia perché 12 è multiplo di 4 C. ☐ Solo Filippo perché 4 e 3 sono entrambi divisori di 12 D. ☐ Tutti e tre perché 12 è multiplo di 1, di 3 e di 4		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Argomentare					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri OBIETTIVO Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero					
RISPOSTA CORRETTA		SCOPO DELLA DOMANDA					
		In un contesto di gioco, stabilire il vincitore sulla base di vincoli assegnati mediante testo e immagini					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D27	1,1%	16,0%	48,0%	14,0%	20,9%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta una situazione di gioco in cui <i>tre amici lanciano due dadi ciascuno</i> e poi <i>sommano i punti ottenuti</i>; <i>vince chi ottiene come somma un divisore di 12</i>. A partire dalla rappresentazione dei punti ottenuti sui due dadi per ciascuno dei tre amici, la domanda richiede <i>chi ha vinto</i> e fornisce come opzioni di risposta il nome di ogni amico o tutti e tre gli amici, ognuna accompagnata da una giustificazione. Per rispondere, non è sufficiente calcolare le somme dei punti ottenuti: occorre verificare per ciascuna se soddisfa la condizione di divisibilità, individuando nel contempo l'opzione e la giustificazione appropriate. Un aspetto di complessità riguarda la distinzione tra divisore e multiplo (entrambi richiamati nelle opzioni): 12 è multiplo di 4 ($4 \times 3 = 12$), il che equivale ad affermare che 4 è divisore di 12 (poiché $12 : 4 = 3$). Le due formulazioni descrivono la stessa relazione con prospettive invertite e riconoscerle come equivalenti è parte integrante del compito. L'opzione di risposta A gioca sul fatto che per entrambi i dadi lanciati da <i>Lino</i> è uscito 4: è vero che 4 è <i>divisore di 12</i>, ma Lino ha ottenuto 8 punti, non 4. L'opzione di risposta C intercetta la divisibilità dei punti sui singoli dadi di <i>Filippo</i> anziché della loro somma: infatti, considera l'uscita di 4 e 3, che <i>sono entrambi divisori di 12</i>, ma Filippo ha ottenuto 7 punti, che non è divisore di 12. L'opzione di risposta D riguarda una situazione analoga a quella precedente: 1, 3 e 4 sono i punti diversi ottenuti dai tre amici nei loro lanci e 12 è <i>multiplo di 1, 3 e 4</i>, ma la somma ottenuta da Lino e quella ottenuta da Filippo non sono divisori di 12. Questa opzione ha comunque la percentuale di scelta più alta (20,9%) tra le opzioni non corrette: verosimilmente la divisibilità di 12 per 1, 3 e 4 è facilmente riconoscibile ma non la si associa al contesto. Solo Alessia, tra i tre amici, ha ottenuto una somma (4) che è divisore di 12 e la motivazione, cioè 12 è <i>multiplo di 4</i>, esprime in modo opportuno la relazione di divisibilità cercata nella direzione del multiplo.							

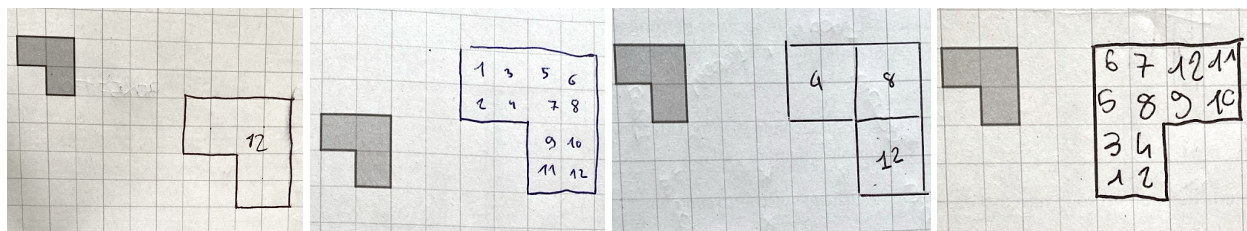
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																							
D28. Osserva queste tre figure su una griglia formata da triangoli equilateri tutti congruenti tra loro.  Fai riferimento ai perimetri e alle aree delle tre figure e indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F). <table><tr><th></th><th></th><th>V</th><th>F</th></tr><tr><td>a.</td><td>La Figura X e la Figura Y hanno la stessa area</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>La Figura Y e la Figura Z hanno la stessa area</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>La Figura X e la Figura Y hanno lo stesso perimetro</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>d.</td><td>La Figura Y e la Figura Z hanno lo stesso perimetro</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>				V	F	a.	La Figura X e la Figura Y hanno la stessa area	☐	☐	b.	La Figura Y e la Figura Z hanno la stessa area	☐	☐	c.	La Figura X e la Figura Y hanno lo stesso perimetro	☐	☐	d.	La Figura Y e la Figura Z hanno lo stesso perimetro	☐	☐	SPAZIO E FIGURE			
				V	F																				
		a.	La Figura X e la Figura Y hanno la stessa area	☐	☐																				
		b.	La Figura Y e la Figura Z hanno la stessa area	☐	☐																				
		c.	La Figura X e la Figura Y hanno lo stesso perimetro	☐	☐																				
d.	La Figura Y e la Figura Z hanno lo stesso perimetro	☐	☐																						
DIMENSIONE																									
Conoscere																									
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																									
TRAGUARDO																									
Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo																									
OBIETTIVO																									
Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.																									
Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule																									
SCOPO DELLA DOMANDA																									
Confrontare aree e perimetri di coppie di figure disegnate su una griglia isometrica																									
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																							
V ; F ; F ; F		Item	Mancante	Errata	Corretta																				
		D28	2,3%	63,5%	34,2%																				
COMMENTI E OSSERVAZIONI																									
La domanda fornisce nello stimolo tre figure tracciate su una <i>griglia isometrica</i> (formata da triangoli equilateri tutti congruenti tra loro) e richiede di valutare la verità o falsità di quattro affermazioni che riguardano il confronto tra le aree o i perimetri di coppie di queste figure. La griglia isometrica è lo strumento mediante il quale operare il confronto, mettendo in relazione le figure sia globalmente per analogie sia localmente per differenza. Per l'area, si procede mediante i triangoli all'interno delle figure, e per il perimetro mediante i lati di triangolo sul bordo. Una strategia di ragionamento efficace consiste nel focalizzare l'attenzione sulle differenze tra le figure e in particolare sul contributo che le sporgenze e le rientranze forniscono all'area e al perimetro. Ad esempio, una rientranza corrisponde alla rimozione di un triangolo della griglia dalla superficie (l'area diminuisce di 1 unità, cioè 1 triangolo), ma nel contempo un lato di un triangolo della griglia è sostituito da due lati di ugual lunghezza (il perimetro aumenta di 1 unità, cioè 1 lato di triangolo). La Figura X e la Figura Y hanno la stessa area (l'aggiunta di 1 sporgenza e di 1 rientranza dà contributo nullo alla superficie) ma perimetro diverso (La Figura X ha perimetro maggiore di 2 unità). La Figura Y e la Figura Z hanno area diversa (La Figura Z ha area minore di 2 unità) e perimetro diverso (La Figura Z ha perimetro maggiore di 2 unità). I protocolli seguenti esemplificano modalità di controllo sul conteggio sia dei triangoli interni (area) sia dei lati di triangolo esterni (perimetro).																									
																									

In entrambi i casi, i triangoli interni sono numerati in modo progressivo all'interno di tutte e tre le figure, mentre a lato di ciascuna figura è indicato il valore del perimetro (rispettivamente, "12", "10" e "12"). Nel protocollo sotto, a sinistra, invece è stata tenuta traccia del conteggio con dei trattini (interni e lungo il bordo): il valore dell'area è indicato all'interno di ciascuna figura, quello del perimetro all'esterno; è interessante notare che la scelta di queste annotazioni rende ben visibili e controllabili le variazioni di direzione, rientranze e sporgenze. A destra, l'approccio è simile e procede per trattini e puntini per differenziare il conteggio per perimetri e aree, come esplicitano anche le lettere "P" e "A" scritte esternamente alle singole figure.



[illegible]

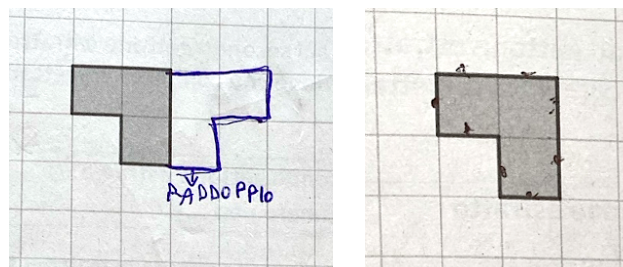
Una strategia simile che si appoggia in altro modo allo spazio a disposizione sulla griglia emerge dai quattro protocolli sotto. L'approccio per trovare il poligono ingrandito è sostanzialmente lo stesso nei primi tre esempi: la forma del poligono di partenza è replicata mantenendone l'orientazione spaziale e prendendo lati lunghi il doppio. I quadretti interni sono conteggiati progressivamente ("1", "2", "3", e così via fino a "11", "12") o per multipli di 4: in questo secondo caso, è peculiare come la struttura a 3 quadretti dell'esagono originario sia trasferita ai 3 quadrati (di lato doppio e contenenti ciascuno 4 quadretti) del nuovo esagono, agevolando il conteggio dei quadretti interni ("4", "8", "12"). Infine, è interessante nell'ultimo protocollo l'orientazione speculare nello spazio della nuova figura: a livello di pensiero strategico, tale posizionamento è verosimilmente funzionale al controllo sul raddoppio di ogni lato dell'esagono.



Nei protocolli troviamo poi tracce di difficoltà che danno luogo alla scelta di una risposta errata, come si evince dalle produzioni sottostanti.

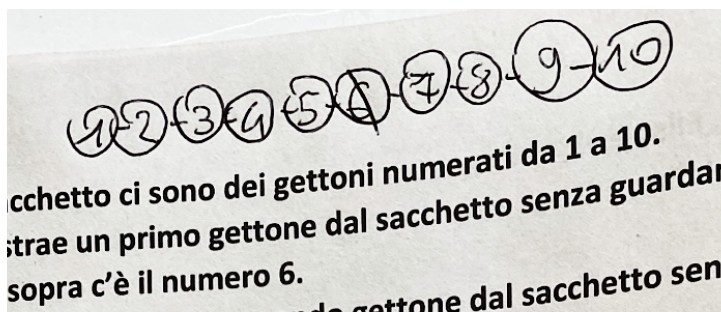
Nell'esempio a sinistra, la natura della trasformazione richiesta è fraintesa e l'azione di "RADDOPPIO" (indicata con una freccia) è applicata sulla figura originaria per simmetria, veicolando la scelta della risposta: 6 quadretti, poiché l'area corrisponde esattamente al doppio dei 3 quadretti originari (si tratta, tra l'altro, dell'opzione con la più alta percentuale di scelta: 24,1%).

Nell'esempio a destra, gli otto segni di conteggio aggiunti su ogni lato di quadretto della figura originale rivelano come la scelta possa ricadere su 8 quadretti.



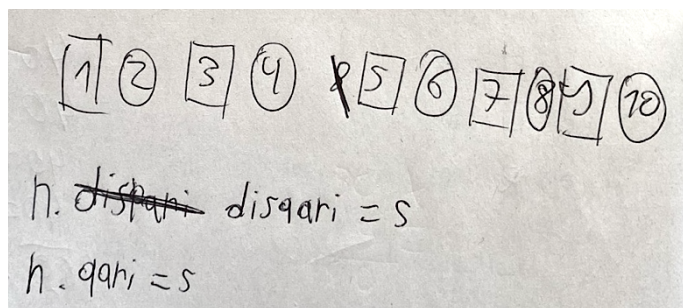
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D30. In un sacchetto ci sono dei gettoni numerati da 1 a 10. Silvia estrae un primo gettone dal sacchetto senza guardare. Lo appoggia sul tavolo, sopra c'è il numero 6. Silvia vuole estrarre un secondo gettone dal sacchetto senza guardare. Che cosa puoi dire della probabilità che sul secondo gettone estratto ci sia di nuovo un numero pari? Scegli l'affermazione che completa correttamente la frase. La probabilità che sul secondo gettone estratto ci sia un altro numero pari ... A. ☐ è maggiore del 50% perché nel sacchetto sono rimasti ancora tanti numeri pari B. ☐ è minore del 50% perché nel sacchetto sono rimasti meno numeri pari che numeri dispari C. ☐ è uguale al 50% perché nel sacchetto sono rimasti ancora numeri pari e numeri dispari D. ☐ non si può calcolare perché Silvia non ha ancora estratto il secondo gettone		DATI E PREVISIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza OBIETTIVO <i>In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili</i>					
		SCOPO DELLA DOMANDA In un contesto di realtà, determinare se la probabilità del verificarsi di un evento è uguale a/minore di/maggiore di 50%					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D30	1,9%	8,4%	51,0%	23,1%	15,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di valutare, in un contesto reale, <i>la probabilità che sul secondo gettone estratto da un sacchetto contenente dei gettoni numerati da 1 a 10 ci sia ancora un numero pari</i>, sapendo che sul primo gettone estratto <i>c'è il numero 6</i>. Si vuole sapere se tale probabilità è maggiore/minore di o uguale a 50% oppure non si può calcolare, accompagnando la scelta con la giustificazione appropriata. Per rispondere scegliendo l'opzione B (<i>minore del 50%</i>), occorre distinguere la probabilità di uscita di un numero pari all'inizio e dopo l'avvenuta estrazione del numero 6 (pari), che modifica la situazione di partenza senza il reinserimento del gettone già estratto. Prima di qualsiasi estrazione, i gettoni con un numero pari sono 5 e altrettanti sono quelli con un numero dispari, su un totale di 10: la probabilità iniziale di estrarre un numero pari è quindi 50%. Dopo aver estratto 6, nel sacchetto ci sono 9 gettoni: 4 con un numero pari e 5 con un numero dispari. Perciò, la probabilità di estrarre un secondo numero pari è data dal rapporto tra 4 (i numeri pari possibili) e 9 (tutti i numeri disponibili), inferiore a 50%. Le opzioni di risposta considerano tutte le possibilità di confronto oppure l'impossibilità di calcolo della probabilità presa in esame. L'opzione A (<i>è maggiore del 50% perché nel sacchetto sono rimasti ancora tanti numeri pari</i>) fa leva sul fatto che siano ancora presenti diversi pari tralasciando che ci sono più dispari. L'opzione C (<i>è uguale al 50% perché nel sacchetto sono rimasti ancora numeri pari e numeri dispari</i>) sfrutta la presenza sia di pari sia di dispari senza quantificarli o senza eliminare il 6 già uscito (si tratta della risposta più attraente tra quelle non corrette, come si evince dalla percentuale di scelta uguale a circa 23%). L'opzione D (<i>non si può calcolare perché Silvia non ha ancora estratto il secondo gettone</i>) si basa sull'idea che la probabilità dell'evento non possa essere calcolata prima del suo esito (legata alla natura controintuitiva del ragionamento probabilistico; anche questa opzione ha una notevole percentuale di scelta, 15,6%). Strategie di ragionamento efficaci includono rappresentazioni dei 10 gettoni in modo da attuare modalità di controllo sul numero di pari e di dispari, come si evince nei protocolli sotto. Le prime due immagini provengono dallo stesso protocollo, con la rappresentazione prodotta al margine superiore del foglio: vediamo che il gettone con il numero 6 è barrato a indicarne l'esclusione nell'evento di interesse. Sotto le opzioni di scelta, compare invece la ripartizione dei dispari ("D") e dei pari ("P") nel							

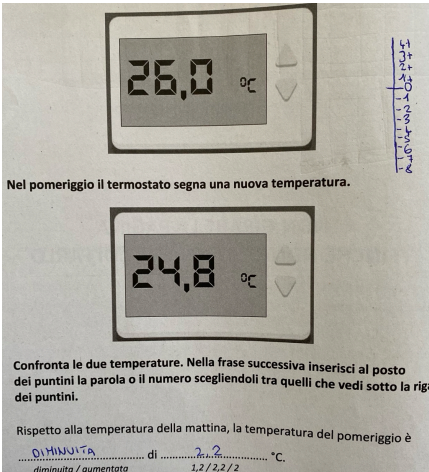
sacchetto e la cancellatura di 6 nuovamente, con l'espressione "GIÀ ESTRATTO" scritta a fianco, che permette di concludere la presenza di "5" dispari e di "4" pari e di scegliere l'opzione corretta.



D	P
1	2
3	4
5	6 GIÀ ESTRATTO
7	8
9	10
5	4

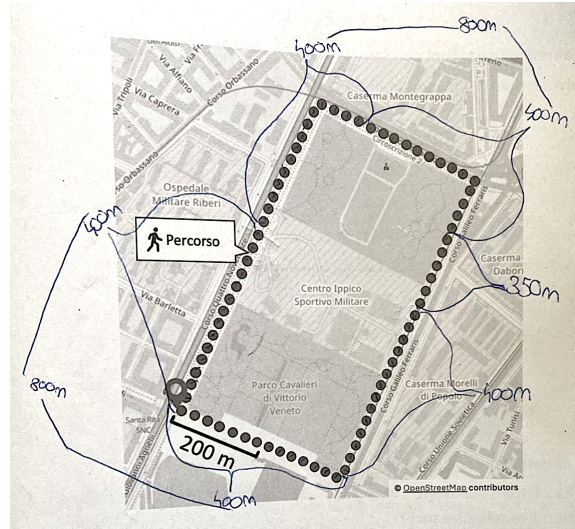
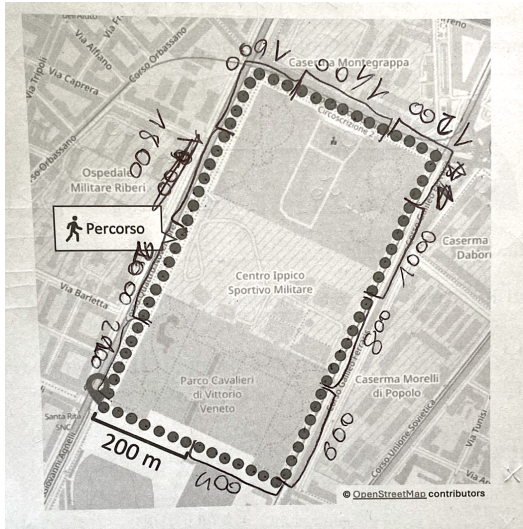
Infine, nell'esempio seguente pari e dispari nel sacchetto sono rappresentati con una forma rettangolare per i dispari e una circolare per i pari, in modo da distinguerli, ed è esplicitato il numero di gettoni di un tipo o dell'altro ("= 5") prima delle estrazioni.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D31. Questa mattina il termostato segnava 26 °C (gradi centigradi).  Nel pomeriggio il termostato segna una nuova temperatura.  Confronta le due temperature. Nella frase successiva inserisci al posto dei puntini la parola o il numero scegliendoli tra quelli che vedi sotto la riga dei puntini. Rispetto alla temperatura della mattina, la temperatura del pomeriggio è di °C. <i>diminuita / aumentata</i> <i>1,2 / 2,2 / 2</i>		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria OBIETTIVO <i>Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare la differenza tra due valori di temperatura forniti in un'immagine			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
Rispetto alla temperatura della mattina, la temperatura del pomeriggio è diminuita di 1,2 °C.		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D31	2,5%	45,7%	51,8%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di confrontare due valori di temperatura registrati digitalmente da un termostato in due momenti distinti della giornata per determinare se la temperatura è <i>diminuita</i> o <i>aumentata</i> e di quanti gradi (1,2 o 2 o 2,2). Per completare opportunamente la frase relativa al confronto, occorre cogliere la diminuzione di temperatura tra mattina e pomeriggio e calcolare la differenza 26,0–24,8 che coinvolge la capacità di gestire i numeri decimali nella sottrazione e, in questo caso specifico, il ricorso al cambio. La risposta è considerata corretta se sono corrette entrambe le informazioni inserite. Tra le opzioni di scelta, 2 si ottiene dalla sola differenza tra le parti intere, 26 e 24; 2,2 si ottiene invece associando separatamente 2 alla differenza tra parti intere e 0,2 (ottenuto come 1–0,8) alla parte decimale. Questa è una difficoltà tipica, rilevata da più protocolli, come esemplificato qui sotto. 					

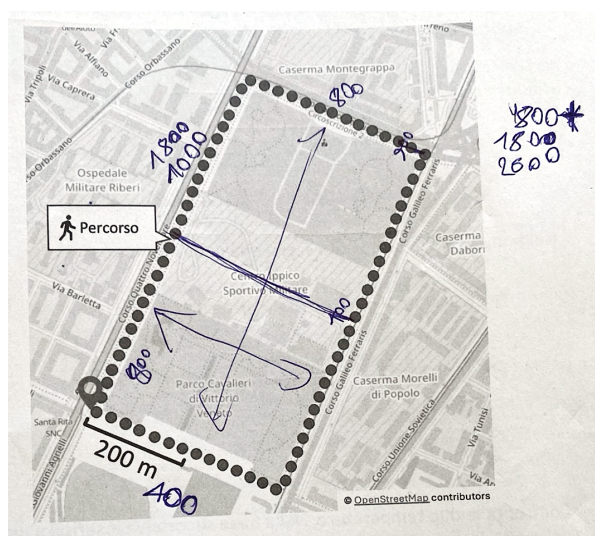
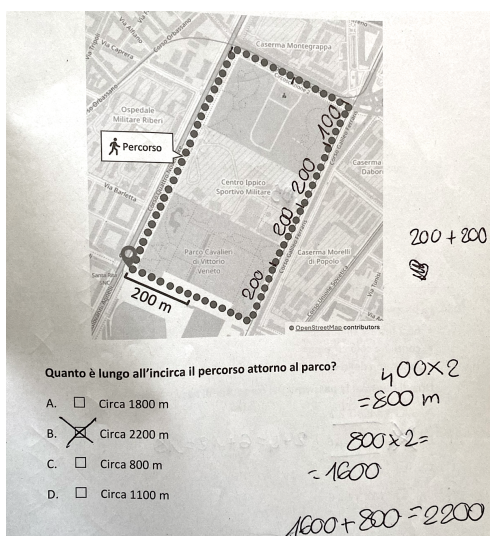
Nel protocollo, la prima scelta è corretta ("*DIMINUITA*") e la seconda errata ("*2,2*" appunto). A fianco del primo termostato è inoltre disegnata in verticale una scala graduata con uno zero centrale e valori interi da +4 in alto a -8 in basso. La rappresentazione rivela la necessità di visualizzare in qualche modo la distanza tra i due valori di temperatura (solitamente espressa mediante termometri verticali), ma i soli valori interi non consentono di gestire la parte decimale in modo appropriato. La domanda presenta dunque criticità significative, come conferma l'alta percentuale di risposte errate (45,7%) nella quale rientrano anche le risposte con una sola delle due scelte di completamento corretta.

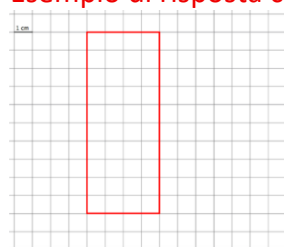
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D32. Sulla mappa vedi indicato un percorso attorno al parco “Piazza d’Armi” di Torino. Quanto è lungo all'incirca il percorso attorno al parco? A. ☐ Circa 800 m B. ☐ Circa 1100 m C. ☐ Circa 1800 m D. ☐ Circa 2200 m		SPAZIO E FIGURE DIMENSIONE Risolvere problemi RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ. TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo OBIETTIVO Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime SCOPO DELLA DOMANDA Stimare la lunghezza di un percorso rappresentato su una mappa					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D		Item	Mancante	A	B	C	D
		D32	1,2%	7,2%	8,6%	19,6%	63,5%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta nello stimolo <i>un percorso</i> pedonale rettangolare (<i>attorno al parco “Piazza d’Armi” di Torino</i>) rappresentato su una mappa e richiede di stimarne la lunghezza reale. Per operare la stima, si ha a disposizione il segmento unità lungo 200 metri (<i>200 m</i>) che è esplicitamente posizionato lungo il percorso, nel lato inferiore. Il segmento permette di stimare la lunghezza di ciascun tratto del percorso e, vista la forma rettangolare, è sufficiente stimare la lunghezza del lato corto e quella del lato lungo. Poiché il segmento corrisponde a metà del lato inferiore, la lunghezza del lato è circa 400 m. La lunghezza del lato lungo è invece stimabile in più di tre volte il segmento e meno di quattro volte, diciamo in circa 700 m. La somma delle stime delle lunghezze dei lati fornisce quindi circa $400\text{ m} + 400\text{ m} + 700\text{ m} + 700\text{ m} = 2200\text{ m}$. L’opzione di risposta A (<i>Circa 800 m</i>) rileva la difficoltà di associare 200 m a ciascuno dei quattro lati del percorso, senza considerare realmente la loro estensione. L’opzione di risposta B (<i>Circa 1100 m</i>) intercetta un approccio alla misura corretto ma limitato a metà percorso, ovvero a un solo lato corto e a un solo lato lungo. L’opzione di risposta C (<i>Circa 1800 m</i>), infine, corrisponde a una stima complessiva per difetto, che dimentica un lato corto (verosimilmente quello su cui compare l’indicazione del segmento unità, come se la sua lunghezza fosse già stata considerata). Strategie di ragionamento efficaci consistono nel replicare, direttamente sulla rappresentazione, la lunghezza del segmento unitario lungo l’intero percorso e stimare la lunghezza di quest’ultimo in un multiplo di 200 m, oppure nel replicare il segmento ma lungo le due dimensioni distinte del percorso a forma rettangolare e poi ricavare il perimetro. In entrambi i casi, è possibile sfruttare la rappresentazione a pallini che rende agevole il controllo sul numero di volte in cui si può replicare il segmento. I seguenti protocolli sono tutti esemplificativi di strategie di questo tipo.							

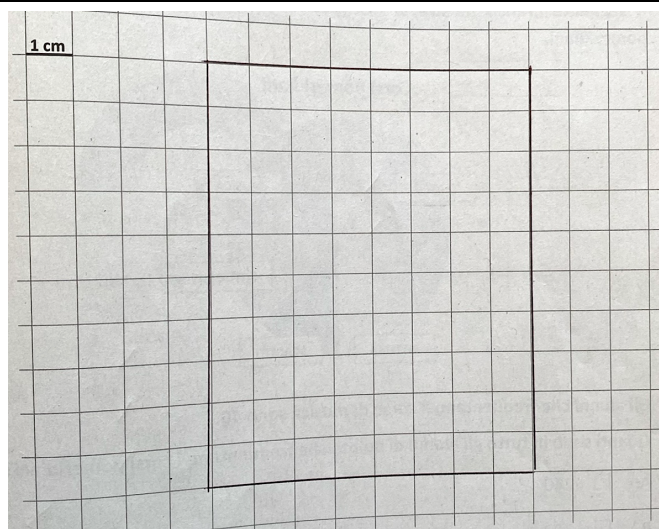


In questi primi due protocolli, la strategia è focalizzata sul perimetro percorso. Nell'esempio a sinistra, il segmento unitario è replicato a partire dai 200 metri già indicati lungo tutto il percorso e la lunghezza di questo indicata con i successivi multipli: "400", "600", "800", "1000", e così via fino a "2200", che è la risposta scelta. A destra, individuata la stima di 400 metri per il lato corto ("400 m"), si procede con tutti i possibili 400 metri in sequenza fino a trovare un tratto indicato da soli 6 pallini, cui è attribuita lunghezza "350 m" (è una lunghezza eccessiva ma porta comunque a una stima di 2350 metri che fa ricadere la scelta sulla risposta corretta).

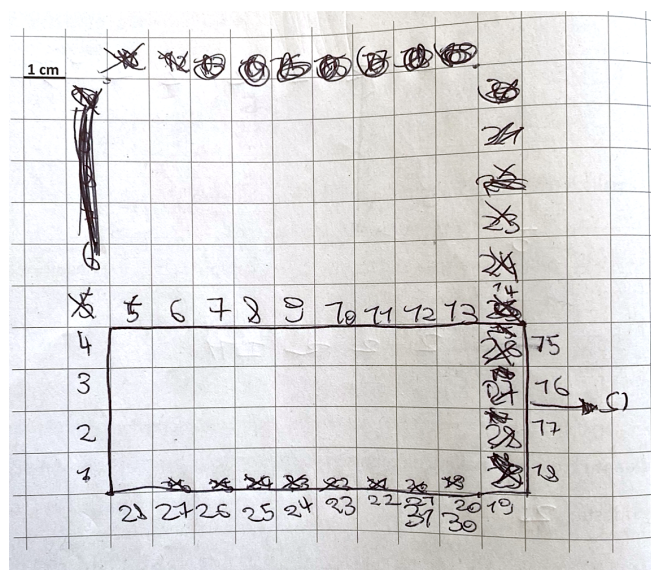
Nei protocolli qui sotto invece, il ragionamento si concentra su lati distinti, corti e lunghi. A sinistra, la strategia procede con la lunghezza del lato corto stimata in " $200 + 200$ " metri da cui " $400 \times 2 = 800$ m" è la stima per i due lati corti, mentre " $800 \times 2 = 1600$ " diviene la stima per i due lati lunghi (sebbene lungo il lato lungo del percorso vi siano le indicazioni "200", "200", "200" e "100" che riducono la stima a 700 metri). L'operazione finale " $1600 + 800 = 2200$ " scritta a margine lascia intravedere la scelta della risposta, anche se il suo risultato sarebbe 2400. A destra la stima è più grossolana: la lunghezza individuata per il lato corto è "400" e quella complessiva per i due lati corti uniti da una freccia "800"; la lunghezza per i lati lunghi, anch'essi uniti da una freccia (e divisi a metà verosimilmente per la stima), è "1800": ne risulta una stima totale di " $800 + 1800$ ", ovvero "2600", che di nuovo implica la risposta corretta.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D33. Disegna sulla griglia qui sotto un rettangolo con un lato lungo 10 cm e con il perimetro uguale a 28 cm. 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo OBIETTIVO <i>Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Disegnare su una griglia quadrettata il rettangolo che soddisfa i vincoli di misura assegnati			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
Qualunque rettangolo <u>con dimensioni 10 cm e 4 cm</u>, in qualsiasi posizione. Esempio di risposta corretta: 		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D33	5,9%	33,8%	60,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di disegnare su una griglia quadrettata, sulla quale 1 cm corrisponde alla lunghezza di 1 lato di quadretto, un rettangolo che soddisfi simultaneamente due vincoli: avere un lato lungo 10 cm e avere il perimetro uguale a 28 cm. Si tratta di una situazione problematica poiché bisogna progettare e costruire una figura che rispetti condizioni assegnate. Cruciale per la risoluzione è il passaggio dall’informazione della misura del perimetro del rettangolo alla determinazione del lato di cui non si conosce la lunghezza. Poiché il perimetro è 28 cm e un lato è lungo 10 cm, è possibile sottrarre due volte 10 da 28 per ottenere la somma delle lunghezze degli altri due lati (8 cm), poi dividere per 2: si ottiene così che l’altro lato è lungo 4 cm. Oppure, è possibile dividere 28 per 2 per trovare il semiperimetro: si ottiene che la somma delle lunghezze dei due lati consecutivi del rettangolo è 14 cm; sottraendo la lunghezza nota (10 cm) si ricava che l’altro lato è lungo 4 cm. Una difficoltà tipica è legata all’omissione della divisione per 2 dopo aver tolto due volte la lunghezza del lato conosciuto (20 cm) da 28 cm, come mostra il protocollo sotto. Il rettangolo disegnato sulla griglia, privo di annotazioni numeriche, ha il lato orizzontale lungo 8 quadretti e il lato verticale lungo 10 quadretti. La figura è quindi compatibile con l’approccio suddetto che parte da $28-10-10 = 8$. Una verifica sul perimetro di questa figura avrebbe probabilmente permesso di rendersi conto dell’errore.					

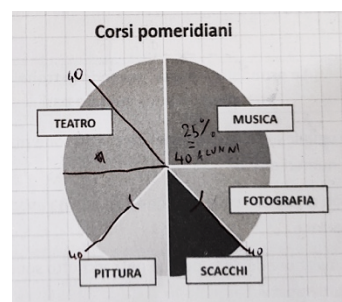
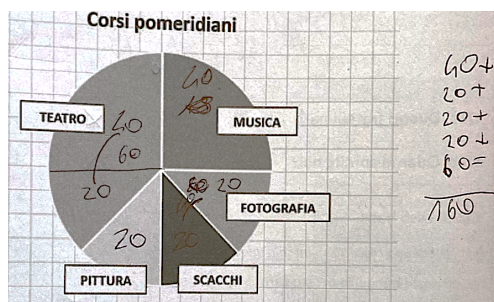
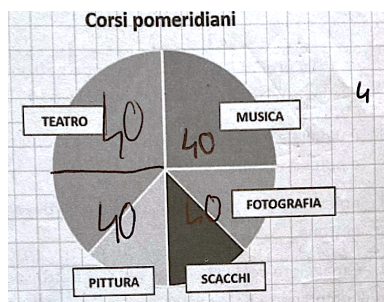


Il protocollo che segue documenta una costruzione (alla fine) corretta del rettangolo atteso, disegnato sulla griglia con lati lunghi rispettivamente 10 quadretti e 4 quadretti. Il disegno è accompagnato dall'enumerazione progressiva dei lati di quadretto (e dei centimetri) lungo il contorno della figura. I numeri sono indicati uno per quadretto lungo ciascun lato nell'ordine: da "1" a "4" sul lato sinistro, da "5" a "14" sul lato superiore, e così via, con l'ultimo numero ("28") che chiude il conteggio proprio in corrispondenza del punto di partenza.



[illegible]

ottenere il numero di tutti i frequentanti ("40" è infatti scritto anche per i restanti tre su quattro settori con medesima ampiezza).



Nell'esempio a destra, l'approccio è simile per l'attribuzione di "10" litri a ogni settore: nell'immagine all'inizio questo serve ad associare "40" litri di benzina al serbatoio, nell'immagine alla fine serve invece a trovare i "30" litri di benzina consumati, dopo aver sottratto tre volte 10 litri ("10" ripetuto) dai 40 iniziali (riprodotti proprio sulla rappresentazione relativa alla fine del viaggio).